



LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DESDE LA REGULACIÓN METACOGNITIVA,  
HACIA EL APRENDIZAJE DEL CONCEPTO DE FRACCIÓN

CARLOS ALBERTO CAYCEDO VEGA

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALEZ  
FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES  
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS  
MANIZALES  
2018

LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DESDE LA REGULACIÓN METACOGNITIVA,  
HACIA EL APRENDIZAJE DEL CONCEPTO DE FRACCIÓN

CARLOS ALBERTO CAYCEDO VEGA

Proyecto de grado para optar el título de Magister en Enseñanza de las Ciencias

Tutor

SANDRA MARÍA QUINTERO CORREA

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALEZ  
FACULTAD DE ESTUDIOS SOCIALES Y EMPRESARIALES  
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS  
MANIZALES

2018

Nota de Aceptación

---

---

---

---

---

---

Firma del presidente del jurado

---

Firma del jurado

---

Firma del jurado

Manizales, septiembre de 2018

## **Dedicatoria**

A Dios, por su infinita grandeza

A mis padres, por darme la vida y ser el bastión de mi formación.

A mi esposa Mauren, por su apoyo incondicional, su amor y comprensión.

A mis hijos Elliot y Ashley, por los momentos de amor y felicidad.

## **Agradecimientos**

Al Señor Todopoderoso, por permitirme levantarme cada día.

A la asesora Sandra María Quintero Correa, por su dedicación y entrega en la realización de este proceso investigativo.

A la Institución Educativa Majestuoso Ariari de Puerto Lleras (Meta), y la sede Inocencio Chincá por brindarme el espacio para desarrollar este proceso investigativo.

A la Universidad Autónoma de Manizales, por abrirme las puertas a esta maestría y a todos los docentes, tutores y evaluadores, que, con sus valiosos aportes, lograron transformar un docente más.

## **Resumen**

Este trabajo muestra las implicaciones que tiene la vinculación de estrategias de regulación metacognitiva (planeación, monitoreo y evaluación) en la resolución de problemas relacionados con el aprendizaje del concepto de fracción en estudiantes de grado tercero. El diseño metodológico utilizado fue de corte cualitativo de alcance descriptivo del tipo estudio de casos. La intervención se realizó a través de una unidad didáctica en tres momentos; en el momento de ubicación, se les presentó a los estudiantes el instrumento de ideas previas, en el momento de desubicación, se modelaron distintas situaciones problema de acuerdo al modelo de Miguel de Guzmán, y posteriormente el trabajo guiado permitió que los estudiantes interiorizaran de manera individual y colectiva la heurística; por último, en el momento de reenfoque, se verificó la manera en que los estudiantes abordan la solución de problemas, de acuerdo a si están presentes las estrategias de regulación metacognitiva. Los diferentes análisis revelan que las situaciones problemas que se resuelven con el uso de estrategias de regulación metacognitiva (planeación, monitoreo y evaluación) logran desarrollar en los estudiantes aspectos de reflexión en torno a su aprendizaje y de evaluación de sus saberes.

Palabras Claves: Didáctica de las matemáticas, resolución de problemas, regulación metacognitiva, fracción, heurística.

## **Abstract**

This paper shows the implications of linking metacognitive regulation strategies (planning, monitoring and evaluation) in solving problems related to learning the concept of fraction in third grade students. The methodological design used was of a qualitative cut of descriptive scope of the case study type. The intervention was carried out through a didactic unit in three moments; At the time of location, students were presented with the instrument of previous ideas, at the time of relocation, different problem situations were modeled according to the model of Miguel de Guzmán, and later the guided work allowed the students to interiorize in a individually and collectively the heuristic, finally, at the time of refocusing, the way in which the students approach the solution of problems was verified, according to whether metacognitive regulation strategies are present. The different analyzes reveal that the situations that are solved with the use of metacognitive regulation strategies (planning, monitoring and evaluation) manage to develop in students aspects of reflection about their learning and evaluation of their knowledge.

**Key words:** Mathematics didactics, problem solving, metacognitive regulation, fraction, heuristics.

## CONTENIDO

1	PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	16
1.1	DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA.....	16
1.2	PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN.....	17
1.3	JUSTIFICACIÓN .....	18
1.4	OBJETIVOS .....	20
1.4.1	Objetivo General.....	20
1.4.2	Objetivos Específicos .....	20
2	MARCO REFERENCIAL.....	21
2.1	ANTECEDENTES .....	21
2.1.1	Resolución de problemas.....	21
2.1.2	Regulación Metacognitiva (Planificación, Monitoreo y Evaluación). .....	24
2.1.3	Aprendizaje del concepto de fracción.....	27
2.2	MARCO CONCEPTUAL .....	33
2.2.1	Resolución de problemas.....	33
2.2.2	Regulación Metacognitiva .....	40
3	METODOLOGÍA.....	45
3.1	REFERENTE METODOLÓGICO.....	45
3.2	CONTEXTO.....	45
3.3	UNIDAD DE TRABAJO .....	46
3.4	UNIDAD DE ANÁLISIS .....	46
3.5	INSTRUMENTOS DE INVESTIGACIÓN .....	46
3.5.1	Instrumento de lápiz y papel.....	46
3.5.2	Unidad Didáctica .....	47



3.5.3	Entrevista semi-estructurada.....	50
3.6	VALIDACIÓN DE LOS INSTRUMENTOS .....	50
3.7	RESULTADOS Y ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN .....	50
3.8	DISEÑO METODOLÓGICO (Diagrama de la investigación) .....	52
4	ANÁLISIS DE RESULTADOS .....	53
4.1	MOMENTO UNO (UBICACIÓN) .....	53
4.1.1	Análisis integral del momento uno (Ubicación) .....	65
4.2	MOMENTO DOS (DESUBICACIÓN) .....	65
4.2.1	Categoría resolución de problemas.....	82
4.2.2	Categoría Estrategias Metacognitivas.....	86
4.2.3	Análisis integral del momento dos (Desubicación) .....	91
4.3	MOMENTO TRES (REENFOQUE).....	92
4.3.1	Categoría resolución de problemas.....	100
4.3.2	Categoría Estrategias Metacognitivas.....	102
4.3.3	Entrevista Semiestructurada .....	104
4.3.4	Análisis integral del momento tres (reenfoque).....	109
5	CONCLUSIONES .....	110
6	RECOMENDACIONES.....	112
7	LISTA DE REFERENCIAS .....	113
8	ANEXOS .....	118

## **Lista de Anexos**

Anexo 1. Instrumento No. 1 .....	118
Anexo 2. Instrumento No. 2 .....	122
Anexo 3. Instrumento No. 3 .....	135
Anexo 4. Instrumento No. 4 .....	139
Anexo 5. Instrumento No. 5 .....	143
Anexo 6. Entrevista semiestructurada .....	149

## Lista de Tablas

Tabla 1. Categorías, subcategoría e indicadores.....	44
Tabla 2. Instrumento No. 1 (Exploremos nuestra realidad I - Ideas Previas).....	53
Tabla 3. Instrumento 2. (Representación de fracciones) .....	66
Tabla 4. Instrumento 3 y 4. (Equivalencia y comparación de fracciones) .....	77
Tabla 5. Instrumento 5. (Exploremos nuestra realidad II).....	93
Tabla 6. (Entrevista semiestructura).....	104

## **Lista de Figuras**

Figura 1. Modelo unidad didáctica. ....	48
Figura 2. Diagrama de la investigación. ....	52

## INTRODUCCIÓN

La presente investigación surgió con el propósito de analizar las implicaciones que tiene la vinculación de estrategias metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación, en la resolución de problemas hacia el aprendizaje del concepto de fracción en estudiantes de grado tercero de la Institución Educativa Majestuoso Ariari de Puerto Lleras (Meta).

Esta propuesta buscó contribuir en la solución de problemáticas institucionales en el área de matemáticas, a saber, la falta de una heurística que permita un proceso estructurado y sistemático en problemas matemáticos reales y contextualizados, y, la no inclusión de estrategias de regulación metacognitiva en el aula de clases.

El trabajo se realizó con una población de 93 estudiantes de grado tercero, distribuidos en tres grupos de educación básica primaria, en la Institución Educativa Majestuoso Ariari, Sede Inocencio Chincá, localizada en la ciudad de Puerto Lleras en el departamento del Meta, durante el segundo semestre del año 2017.,

Inicialmente, se realizó una prueba de entrada que buscó identificar los conocimientos previos y obstáculos que tienen los estudiantes acerca del concepto de fracción, especialmente, respecto a las diferentes representaciones y simbolizaciones de acuerdo a los significados que tiene este objeto matemático, asociados a la resolución de problemas y la regulación metacognitiva (planificación, monitoreo y evaluación).

En un segundo momento, de acuerdo a las ideas previas y los obstáculos encontrados, se les instruyó en el modelo de resolución de problemas propuesto por Miguel de Guzmán, interiorizando la regulación metacognitiva al proceso. Se modelaron distintas situaciones problema de acuerdo al modelo establecido para la investigación, con el propósito de que los estudiantes observaran y analizaran la manera de abordar los problemas, para su solución. Posteriormente el trabajo guiado permitió que los estudiantes interiorizaran de manera individual y colectiva la heurística. Todas las actividades fueron guiadas con

preguntas abiertas permitiendo la identificación de procesos metacognitivos de planeación, monitoreo y evaluación.

Tres semanas después, se aplicó el instrumento de salida y se verificó nuevamente la manera en que los estudiantes abordaban la solución de problemas, de acuerdo al modelo de Miguel de Guzmán y si estaban presentes los procesos de regulación metacognitiva. Luego, se realizó una entrevista semiestructurada a 5 estudiantes participantes del estudio con la intención de analizar las implicaciones de la vinculación de estrategias metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación, en la resolución de problemas sobre el concepto de fracción, que nos permitiera realizar un contraste entre la primera aplicación y los resultados obtenidos al final de la intervención pedagógica.

El análisis de los datos se realizó a través de un proceso de triangulación, el cual se llevó a cabo mediante el contraste de la información procedente en su mayoría de los instrumentos de lápiz y papel, en el cual se manifestaron las diferentes respuestas a las preguntas metacognitivas y los procesos de resolución de problemas de los estudiantes, así mismo, de la entrevista semiestructurada y de los gráficos realizados por los estudiantes.

Dentro de los hallazgos más importantes que se observaron, se tiene que los estudiantes mejoran la comprensión del problema cuando son capaces de identificar lo que les piden hallar y la información relevante, hacen búsqueda y selección de estrategias basadas en la aproximación real, a través de material concreto, representaciones pictóricas y/o simbólicas. Todo lo anterior, a partir del uso de heurísticas de resolución de problemas como la de Miguel de Guzmán. Que también incorpora elementos, que permiten hacer un rastreo de las dificultades y fortalezas del estudiante, facilitando la elaboración de planes de acción y su seguimiento.

La vinculación de estrategias de regulación metacognitiva (planeación, monitoreo y evaluación) facilitó la resolución de problemas para el aprendizaje del concepto de fracción, pues les permitió a los estudiantes hacer una comprensión y representación del

problema, búsqueda y selección de estrategias, un seguimiento, verificación y replanteamiento del problema, así como la comprobación de la solución a través de la reflexión de las acciones que desarrollaron.

El informe de investigación se encuentra organizado en 6 partes. El primer numeral contiene el planteamiento del problema en el cual se describe la justificación, la descripción del problema a investigar y los objetivos del proyecto, el segundo numeral contiene el referente conceptual en el cual se describen los antecedentes y los referentes teóricos de la investigación, el tercer numeral contiene la metodología, en el cual se describen las categorías de análisis con sus respectivos autores, el diseño metodológico, el procedimiento y enfoque de la investigación, además, se describe las técnicas e instrumentos y el tipo de análisis que se realizó y en el cuarto numeral se realizó el análisis de la información, teniendo en cuenta las categorías propuestas en la investigación. En el quinto y sexto numeral se plantearon las conclusiones y recomendaciones respectivamente.

# **1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

## **1.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA**

Tradicionalmente los alumnos aprenden matemáticas formales y abstractas, descontextualizadas, y luego aplican sus conocimientos a la resolución de problemas presentados en un contexto. Con frecuencia “estos problemas de aplicación” se dejan para el final de una unidad o para el final del programa, razón por la cual se suelen omitir por falta de tiempo (MEN 1998).

En el campo de las matemáticas se evidencian dificultades específicas que tienen que ver en algunos casos con las metodologías del maestro, el mal uso de los recursos didácticos para la enseñanza de las matemáticas, la apatía que tienen los niños hacia el aprendizaje de esta área o la misma capacidad cognitiva del niño, las cuales no son tenidas en cuenta en el momento de programar las diferentes actividades para enseñar matemáticas.

Dentro de la enseñanza de las matemáticas en la básica primaria, en especial en los grados tercero, cuarto y quinto, es común encontrar prácticas de aula tendientes a desarrollar el concepto de fracción, principalmente a través de representaciones pictóricas y simbólicas o abstractas cuyo único uso deteriora la relación real que las fracciones tienen con el contexto.

Ante esta situación, se observa que, en nuestras aulas de clase, a pesar de que la mayoría de los estudiantes pasan un tiempo razonable de instrucción escolar, aún continúan enfrentando problemas con ese concepto matemático, la causa principal de ello es la forma mecánica y aislada de la realidad como se enseña las fracciones en las escuelas. Los estudiantes memorizan una representación y enseguida ejercitan lo aprendido resolviendo un número de situaciones casi idénticas del mismo problema, ven a las fracciones como símbolos sin sentido o miran el numerador y denominador como números separados, en lugar de comprenderlos como un todo unificado (Fazio y Siegler, 2010). Bajo esta



concepción, es necesario abordar el concepto de fracción a través de la comparación, la equivalencia, la magnitud y la estimación; elementos importantes que determinan el sentido numérico de las fracciones.

Otro elemento importante es la poca utilización de estrategias como la resolución de problemas por parte de los docentes en el estudio de la fracción, ya que esta, permite a través de un método establecido (heurística) realizar; una *planeación* inicial, en busca de estrategias que determinen no solo la solución del problema, sino también los pasos o la secuencia, los recursos y el tiempo que debe emplear para desarrollarlo. El aprendizaje debe ser consciente, *monitoreando* y *controlando* constantemente el proceso de la incorporación de dichas estrategias que den cuenta (a partir de la *evaluación*) de los cuestionamientos realizados en el problema.

Ahora bien, el estudiante debería asumir un rol preponderante en el proceso de aprendizaje, empleando lo que sabe y lo que necesita saber, de acuerdo a la resolución de una situación determinada y a la combinación de la regulación metacognitiva (Planeación, monitoreo y evaluación) permitiendo mejorar sus procesos cognitivos en la creación de nuevos aprendizajes en contextos diferentes al escolar.

## 1.2 PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

Por lo anterior, la presente investigación busca dar respuesta a la pregunta: ¿Qué implicaciones tiene la vinculación de estrategias metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación en la resolución de problemas hacia el aprendizaje del concepto de fracción en estudiantes de grado tercero?

### 1.3 JUSTIFICACIÓN

La actividad de resolver problemas ha sido considerada como un elemento importante en el desarrollo de las matemáticas y en el estudio del conocimiento matemático. En diferentes propuestas curriculares recientes se afirma que la resolución de problemas debe ser el eje central del currículo de matemáticas y, como tal, debe ser un objetivo primario de la enseñanza y parte integral de la actividad matemática. En la medida en que los estudiantes resuelven problemas, adquieren confianza en el estudio de las matemáticas, y desarrollan una mente inquisitiva y perseverante, aumentando su capacidad de comunicarse matemáticamente y su capacidad para utilizar procesos de pensamiento de más alto nivel; esto es, las habilidades cognitivas y metacognitivas, es decir, las habilidades de pensamiento matemático (MEN 1998).

En Colombia el concepto de fracción es introducido en los niños a partir del primer ciclo escolar, el Ministerio de Educación Nacional (MEN) a través de los lineamientos curriculares, los Estándares Básicos de Competencias (EBC), y ahora los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA), destaca la importancia de abordar los diferentes significados de la fracción: la fracción como partidor (relación parte-todo) y medidor, la fracción como cociente, la fracción como operador y la fracción como razón. De lo anterior podemos deducir la importancia que tiene el concepto dentro de las matemáticas.

Los estudiantes pertenecientes al grado tercero de la Institución Educativa Majestuoso Ariari de Puerto Lleras, presentan dificultades en la interpretación de textos que involucran las fracciones y en la solución de problemas, debido a que sus experiencias y conocimientos sobre las fracciones han sido adquiridas a través de la aplicación mecánica de algoritmos, sin la construcción de significados. Esta investigación se focaliza en un grupo de grado tercero, porque es en ese nivel donde se empiezan a profundizar el trabajo con las fracciones, haciendo más complejo su uso a través de la resolución de problemas.

Martin, (2010, p. 187) señala que “si nos remitimos a los resultados de las evaluaciones internacionales y nacionales de las competencias matemáticas (Proyectos Pisa y TIMMS, por ejemplo) observamos la paradoja de que muchos alumnos demuestran buenos resultados conceptuales y algorítmicos pero son incapaces de aplicarlos a la solución de problemas”, esto lleva a pensar que es necesario darle una nueva perspectiva a las matemáticas, menos mecánica y más consciente que desarrolle habilidades y estrategias de pensamiento.

Entre otras dificultades, cabe destacar que algunos docentes no están realmente preparados para la enseñanza del concepto de fracción en diferentes contextos, o que en la construcción de este conocimiento con los niños no utilizan estrategias adecuadas, por ejemplo, el uso de material concreto que permita enriquecer el proceso de aprendizaje, quedando vacíos conceptuales que luego se evidencian al avanzar su desarrollo escolar. Otra razón, es la variedad de significados del concepto de fracción al que están expuestos por primera vez los estudiantes, pues demuestran no estar preparados; ya que no poseen los elementos indispensables para abordar ese conocimiento (Dávila, 1992).

La incorporación de la regulación metacognitiva en la resolución de problemas permite determinar qué procesos de aprendizaje usa el estudiante, qué tan conscientes son los niños y las niñas sobre sus propios procesos cognitivos, y cómo este los aplica; es necesario detectar indicios innatos concernientes a la planeación, monitoreo y evaluación de sus propios procesos cognitivos para resolver un problema cualquiera.

Por lo anterior, la presente investigación plantea la necesidad de desarrollar estrategias de regulación metacognitiva, en la resolución de problemas asociados al aprendizaje del concepto de fracción, en estudiantes de grado tercero de la Institución Educativa Majestuoso Ariari de Puerto Lleras.

## 1.4 OBJETIVOS

### 1.4.1 Objetivo General

Analizar las implicaciones que tiene la vinculación de estrategias metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación, en la resolución de problemas hacia el aprendizaje del concepto de fracción en estudiantes de grado tercero de la Institución Educativa Majestuoso Ariari de Puerto Lleras (Meta).

### 1.4.2 Objetivos Específicos

Identificar ideas previas y obstáculos presentes en la resolución de problemas asociados al aprendizaje del concepto de fracción, en estudiantes de grado tercero de la Institución Educativa Majestuoso Ariari de Puerto Lleras.

Caracterizar los elementos de aplicación de estrategias metacognitivas y su relación con el proceso de resolución de problemas en matemáticas.

Comparar el desempeño de los estudiantes en la resolución de problemas y la vinculación de estrategias metacognitivas de regulación (Planeación, monitoreo y evaluación) asociados al aprendizaje del concepto de fracción.

## **2 MARCO REFERENCIAL**

### **2.1 ANTECEDENTES**

Son muchas las investigaciones que se han realizado en lo referente a las categorías que serán desarrolladas, así como las relaciones entre ellas. La resolución de problemas, la regulación metacognitiva y el aprendizaje del concepto de fracción. Al momento de realizar la búsqueda bibliográfica se encontraron trabajos de investigación y un gran número de artículos tanto científicos, como de ciencia aplicada e incluso en investigación social. De ese rastreo elaborado se trae a colación aquellos que de manera general ofrecen un panorama y fundamentación teórica a la forma de concebir la investigación.

#### **2.1.1 Resolución de problemas**

García (2012). En su investigación “Resolución de problemas y desarrollo de la creatividad” buscaba identificar la resolución de problemas como una actividad crucial en las ciencias y en la tecnología, además como un proceso prioritario para desarrollar en los estudiantes las habilidades operacionales formales, el razonamiento proporcional y el pensamiento lógico deductivo.

Dentro de los instrumentos utilizados se priorizó las preguntas abiertas sobre las cerradas, y la explicación por medio de representaciones gráficas de los problemas planteados; además de permitir que el estudiante reflexionara sobre los procesos metacognitivos durante el proceso de aprendizaje.

De acuerdo al autor, los aportes de la investigación fueron:

Conceptualización de Problema, y lo define como:

“Una situación que presenta una oportunidad de poner en juego los esquemas de conocimiento que exige una solución que aún no se tiene y en la cual se deben hallar

interrelaciones expresas y tácitas entre un grupo de factores o variables”. (García 2012, p. 45)

Caracterización de las habilidades mentales requeridas en la resolución de problemas en Ciencias como son: Cognitivas, cognoscitivas, metacognitivas, memoria, estilo cognitivo y resolución de problemas; García (2012, p. 63-71).

Identificación de las dificultades presentes en la resolución de problemas como son: Contexto, proceso y de orden interno; García (2012, p. 56-62).

Freitas y Ventura, (2007) en su investigación titulada “Resolución de problemas con utilización de conocimientos del mundo real”, toman como objetivo central, analizar los conocimientos del mundo real en alumnos de quinto grado resolviendo problemas verbales de aritmética en el aula de clase, para lograrlo se realizó un estudio exploratorio utilizando análisis cualitativos y cuantitativos, en el cual se le aplicó el test de Verschaffel, De Corte y Lasure (1994) a 88 alumnos del quinto grado de la Enseñanza Fundamental en las redes de enseñanza municipal, estatal y privada de la ciudad de Ouro Preto, provincia de Minas Gerais.

Los test fueron analizados atendiendo a los criterios ya establecidos por los autores, se pudo constatar que la gran mayoría de los alumnos que participaron en el estudio, resuelven los problemas sin tener en cuenta la realidad, a partir de este estudio, se generaron investigaciones posteriores en las cuales se obtuvieron similares resultados, en Bélgica (Verschaffel, De Corte y Borghart 1997), Japón (Yoshida, Verschaffel y De Corte, 1997), Suiza (Reusser y Stebler, 1997), Venezuela (Hidalgo, 1997) y Singapur (Lee y Yee, 2004). Tomado de Freitas y Ventura, (2007) (citado por Morales, 2014).

Esta investigación permitió hacer claridad en cuanto a la acepción de qué es un problema ya que este genera diferentes matices según la forma en que se aborde, los autores se acogen a la establecida por Lester (1982) Apud Viana (2002):

“Es una situación en que el sujeto o equipo desea o necesita resolver y no tiene camino inmediato y rápido para llegar a la solución” ya que la resolución de problemas debe estar orientada al aprendizaje de la matemática y no paralela a esta, y promover situaciones donde el estudiante descubra procedimientos propios y diferentes estrategias para su resolución. Lo cual coincide con lo que plantean los autores de la investigación “La resolución de problemas no es una actividad para ser desarrollada en paralelo o como aplicación del aprendizaje, sino que el aprendizaje en Matemática debe ser orientado en una perspectiva de resolución de problemas, en donde el problema ofrece el contexto donde se pueden aprender conceptos, procedimientos y actitudes matemáticas”.

Pifarré y Sanuy (2001) en su artículo “La Enseñanza de estrategias de resolución de problemas matemáticos en la ESO: Un ejemplo concreto” pretendieron aportar nuevos datos sobre cómo abordar la enseñanza-aprendizaje de estrategias de resolución de problemas matemáticos en la enseñanza secundaria obligatoria, cuyo objetivo general fue diseñar e implementar un proceso de enseñanza que amplíe y mejore el repertorio de estrategias de los alumnos de ESO para resolver problemas en un campo específico: la proporcionalidad.

Enmarcados en dos propuestas, en primer lugar, el modelo «ideal» de Bransford y Stein (1993) y el de Krulik y Rudnik (1989) como modelos instruccionales que han seguido de manera fiel el propuesto por Polya (1945). Y, en segundo lugar, los modelos de Schoenfeld (1985) y Lester (1985), los cuales toman como punto de partida las estrategias heurísticas de Polya pero incorporan la enseñanza-aprendizaje de estrategias metacognitivas de planificación, de regulación y de control del proceso de resolución.

En primer lugar, se plantean problemas cotidianos sencillos y se favorece que el alumno aplique, perfeccione y amplíe las estrategias de resolución de este tipo de problemas adquiridas de manera intuitiva y espontáneamente en la vida cotidiana.

En segundo lugar, se plantea la resolución de problemas cuyo enunciado presenta situaciones problemáticas amplias, que implican la selección y la articulación de diferentes

procedimientos de resolución para encontrar la solución al problema y vinculadas al entorno cotidiano del alumno.

A través de la investigación llegaron a la conclusión de que los alumnos utilizan un elevado número de estrategias encaminadas a obtener una representación significativa del enunciado del problema y a planificar el proceso de resolución, pero no utilizan estrategias de revisión y valoración del proceso y del resultado obtenido en el problema, y además presentan un componente metacognitivo en un elevado número de las acciones realizadas para resolver el problema.

La importancia de las investigaciones relacionadas anteriormente, está en mostrar que no basta con proporcionar a los estudiantes el conjunto de conocimientos ya elaborados; es necesario, además, que adquieran habilidades y estrategias que les permitan aprender por sí mismos nuevos conocimientos; lo cual se pretende en la presente investigación, a fin de vincular estrategias metacognitivas en el proceso de resolución de problemas del mundo real, en el área de matemáticas.

#### 2.1.2 Regulación Metacognitiva (Planificación, Monitoreo y Evaluación).

Vela (2015) en su trabajo “Análisis bibliométrico sobre el entrenamiento en estrategias metacognitivas”, analizaron el nivel de evidencia y las tendencias en los artículos de investigación sobre programas de entrenamiento en estrategias metacognitivas entre 2004 y 2014. Los artículos fueron buscados en bases de datos como Dialnet, EBSCO, Science Direct, Springer Link y Taylor Francis online. La muestra final incluyó la revisión de 60 artículos. Entre los resultados obtenidos, se muestra que el estudio metodológico más utilizado fue el cuasi – experimental con un 80%, en el caso de la población a quien se dirigía el entrenamiento en las estrategias metacognitivas, tan solo el 15% iba dirigido a los estudiantes de básica primaria.



Troncoso (2013) en la tesis “Estrategias metacognitivas en el aprendizaje de las matemáticas: una intervención en el aula para determinar las implicaciones de la implementación de estrategias metacognitivas en el aprendizaje de las matemáticas”, buscaba establecer las implicaciones que tiene la incorporación de estrategias metacognitivas en la enseñanza de las matemáticas argumentando que en la educación matemática, a los estudiantes se les enseña a resolver operaciones mecánicamente, considerando que muchos elementos cognitivos de las matemáticas como lo son el razonamiento, la argumentación, la modelación, la representación, entre otros, no son tenidos en cuenta durante el desarrollo de las clases.

Se fundamentó en la estrategia planteada Scheuer, Pozo, del Puy, del Mar Mateos, Martín y de la Cruz (2006), en la que cede el control del aprendizaje al estudiante de manera progresiva. Esta estrategia es implementada por medio del uso de talleres en los que se plantea a los estudiantes problemas relacionados con situaciones reales.

Entre los resultados más importantes, se evidencia que los estudiantes tienden a centrarse en las operaciones sin tomarse el tiempo de planear una estrategia o de utilizar diferentes representaciones de acuerdo al problema; la incapacidad de verbalizar lo que están haciendo; la imposibilidad de realizar un trabajo cooperativo alrededor de la problemática; dificultades en los algoritmos de la resta y la división, entre otros.

Ottonello, del Valle y Ross (2011) en su investigación titulada “Estrategias metacognitivas en el aprendizaje del álgebra” muestran los resultados obtenidos al realizar un diagnóstico para determinar con qué estrategias metacognitivas contaban los estudiantes de primer año universitario que cursaban álgebra en el año 2008, es decir estrategias de reflexión y control de la propia actividad cognitiva. Esto dio lugar a implementar según los resultados logrados, una propuesta con tareas de aprendizaje basada en la filosofía de la transferencia gradual del control del aprendizaje; en ellas el profesor asumió el papel de modelo y guía de la actividad cognitiva y metacognitiva del alumno, retirando paulatinamente el apoyo que proporcionaba hasta dejar el control del proceso en manos del estudiante, apuntando así

a un aprendizaje autorregulado. La experiencia arrojó resultados positivos, lo que incentivó a seguir trabajando en este sentido.

Con este trabajo demostraron la importancia de las estrategias metacognitivas para el aprendizaje de las matemáticas y específicamente del álgebra. También parte de la metodología utilizada para indagar las estrategias metacognitivas de los estudiantes podría ser utilizada en la investigación para provocar en los estudiantes el análisis de sí mismos y sus obstáculos durante el proceso de aprendizaje de las matemáticas.

Entre los resultados obtenidos tenemos; que la mayoría de los estudiantes no detectan o detectan muy poco, los errores en la ejecución de la tarea, y un pequeño porcentaje alcanza un grado “Alto” de autorregulación. Las conclusiones a las que llegan en la investigación son bastante claras en que, el índice de actividad metacognitiva en el desempeño de los alumnos de álgebra es en general muy bajo. Esto nos muestra la necesidad de implementar estrategias metacognitivas a fin de favorecer en ellos el desarrollo de habilidades que contribuyan al proceso de aprendizaje.

Silva, (2004) presenta el documento “Educación en matemática y procesos metacognitivos en el aprendizaje” en el que resalta aspectos generales con respecto a la metacognición, clasifica la investigación dentro de la regulación metacognitiva en sus procesos de planeación, control y evaluación, y aborda el conocimiento procedimental dentro del campo de la metacognición: el saber cómo se enfrenta a una tarea o cómo se resuelve un problema.

El principal objetivo es la explicación y la reflexión acerca de los propios procesos cognitivos; es buscar la eficacia en la consecución de los objetivos de la tarea, que estaría en relación directa con la formación en competencias que guía los procesos de enseñanza y aprendizaje en Latinoamérica.

Menciona dos dominios dentro de la metacognición: el conocimiento metacognitivo y la experiencia metacognitiva; y dos estrategias metacognitivas: de conocimiento y de control.

La estrategia de control incluye las acciones de regulación metacognitiva como claves para el enfoque en resolución de tareas (problemas). Desarrolla la investigación en los estudios sobre regulación intraindividual; refiriéndose a los procesos de autorregulación netamente automáticos y los procesos de autorregulación conscientes.

De acuerdo a los anteriores antecedentes, podemos extraer la importancia de la implementación de las estrategias metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación en los primeros grados de escolaridad, ya que estas, potencian el desempeño de los estudiantes no solo a nivel académico, sino que también fortalecen los procesos de autorreflexión y aprendizaje consiente, en la resolución de situaciones reales, no solo en matemáticas, sino en todas las áreas del conocimiento.

### 2.1.3 Aprendizaje del concepto de fracción

Flórez, (2011) con su investigación “Los significados asociados a la noción de fracción”, tuvo como propósito, abordar las fracciones desde los diferentes significados, por lo cual la investigadora parte del reconocimiento de la dificultad que presenta tanto la enseñanza como el aprendizaje de las fracciones, fundamentalmente en los niveles básicos de formación.

La investigación que se desarrolló es de corte cualitativo ya que se pretende evidenciar el manejo de las fracciones en el discurso matemático escolar en la secundaria en torno a los diferentes significados y construcciones que realizan los estudiantes. Para ello se aplicó un cuestionario a 36 estudiantes de cada grado de nivel de secundaria para un total de 108 estudiantes de la jornada de la mañana con edades entre los 12 y 15 años. El cuestionario aplicado pretendía identificar la forma en que son abordados los diferentes significados de las fracciones.

Para la caracterización de los diferentes significados y la forma en cómo resuelven situaciones problemas en torno a las fracciones, la investigadora ha empleado el modelo

teórico denominado conocimiento “ideal” del número racional desarrollado por (Millsaps, 2005), en este modelo se caracterizan los diferentes desarrollos matemáticos con relación a los racionales en 6 niveles y en los cuales cada desarrollo por nivel obedece a unas características propias en cuanto al manejo y resolución de problemas asociados con los racionales. Dicho modelo apoyándose en los trabajos propuestos por (Kieren, 1983), (Valdemoros, 1993), Vergnaud (citado por Millsaps, 2005).

En cuanto a los resultados evidenciados en la investigación, se pudo reconocer que al resolver el problema planteado se recoge la mayor parte de los significados atribuidos a la noción de fracción (parte todo, operador, medida, cociente, partición), pero así el problema recoja los diferentes significados se encuentran serias dificultades a la hora de resolverlos por parte de los estudiantes, entre las cuales se destacan la dificultad en la interpretación del problema, la forma en cómo llegan a la respuesta, la dificultad generada en cuanto a la condición de equivalencia.

Mesa y Barrios (2010) en su estudio titulado “Propuesta Didáctica para la Enseñanza de las Fracciones” cuya finalidad era indagar el grado de aprendizaje alcanzado por los estudiantes en el desarrollo de su programa de matemáticas, mediante el método de enseñanza tradicional. Luego se procedió a mostrarles otro camino que permitía enfatizar los temas descritos anteriormente, a través de un juego, que les permitiera relacionar los nuevos conocimientos con los que poseen y vincularlos a su realidad. Los resultados obtenidos fueron los siguientes:

Logros: Una mejor comprensión del concepto de fracción. Comprenden de manera lógica los procesos utilizados en el desarrollo de las operaciones entre fracciones. Desarrollo de un pensamiento lógico y estructurado. Un aprendizaje significativo de los estudiantes gracias al análisis y comprensión de las situaciones problema propuestas y no como producto de la repetición memorística de ejercicios. Facilidad para argumentar la razón de las respuestas dadas a determinados problemas de tipo numérico con fracciones, números decimales y

porcentajes. El interés y el agrado que demuestran los estudiantes por el estudio de esta parte de la matemática.

Dificultades: Pocos estudiantes observan y relacionan claramente otros ejes temáticos como: los números decimales, Porcentajes, Razones y proporciones, regla de tres simple, como una aplicación de los números fraccionarios. Desconocimiento por parte de algunos estudiantes del manejo de las operaciones básicas de la matemática al implementarlas con las fracciones. Poca comprensión de los conceptos y propiedades que involucran a los fraccionarios, que lleva a que el significado de las operaciones y relaciones se asocien fundamentalmente a procesos algorítmicos.

A partir de la investigación, el autor concluye que los estudiantes participaron más activamente y con mucho más entusiasmo cuando sumaron fracciones a través del juego que les fue facilitado para tal fin, que cuando las realizaron por el método explicado tradicionalmente, la participación se hizo más activa ya que la herramienta proporcionada les permitió enlazar los conocimientos nuevos con algunos conocimientos ya adquiridos, dándoles significado propio y el material ofrecido a los estudiantes les permitió desarrollar el pensamiento lógico-matemático y redescubrir el concepto de suma de fracciones, así como el de simplificación y fracciones equivalentes.

Campos y Castiblanco (2003), en este artículo “La fracción. Una noción importante para la matemática escolar” muestra algunas relaciones de la fracción con otros conceptos matemáticos, para así hacer explícita la importancia de esta en la matemática escolar. Se presenta brevemente la fracción desde el punto de vista matemático (como representación de los números racionales positivos), así como también una pequeña reseña de estudios que han justificado la permanencia de la fracción en la escuela.

La investigación basó sus análisis en el modelo teórico de la construcción del conocimiento del número racional, planteado por Kieren (1988), este es una red que contiene seis niveles; 1) Conocimientos conectados con hechos y experiencias; 2) Constructo de partición, equivalencia y formación de unidades divisibles; 3) Constructo de medida, cociente, razón

y operador; 4) Relaciones escalares y funcionales; 5) Campo conceptual multiplicativo (sintetiza los constructos de los números racionales y conceptos relacionados); 6) Campo cociente de los números racionales.

Enfatizan sus resultados en mostrar que la fracción no puede interpretarse únicamente como parte-todo, pues ésta también tiene otros significados, ya sea como operador escalar, operador funcional, razón o medida, interpretaciones que explicitan relaciones matemáticas con otros conceptos.

De acuerdo a las anteriores investigaciones resulta pertinente aclarar que estas, proporcionan elementos teóricos y metodológicos para comprender las dificultades asociadas a la resolución de situaciones con fracciones. Es necesario abordar el concepto de fracción desde todos sus significados de acuerdo al nivel de escolaridad y la edad de los estudiantes y que si dotamos a los estudiantes de elementos de representación concreta, pictórica o abstracta su aprendizaje es más consciente.

Por otro lado, dentro de las investigaciones y tesis de doctorado y maestría consultadas, se encuentran algunas que tienen interrelación categorial y sirven de sustento a la presente investigación:

Rodríguez (2005) a través de su trabajo “Metacognición, resolución de problemas y enseñanza de las matemáticas. Una propuesta integradora desde el enfoque antropológico”, estudia cómo mejorar la instrucción en matemáticas de modo que facilite la capacidad de resolución de problemas de los alumnos y se centra especialmente en la educación secundaria basado en el enfoque antropológico en didáctica de las matemáticas, iniciado por Yves Chevallard.

Propuso un modelo de resolución de tareas matemáticas, diferenciando dos tipos de tareas; tareas de práctica y tareas problemáticas, cuyo componente apunta hacia el conocimiento y las creencias. Estos componentes están caracterizados por dos variables; posibilidad

potencial de aplicación (generalidad-especificidad) y tipo de conocimiento (conceptual, procedimental y condicional).

Logró demostrar la eficacia de dicha propuesta de instrucción como eje integrador del proceso de enseñanza-aprendizaje en matemáticas. Esta propuesta, la cual concibe la resolución de problemas como el origen y la razón de ser de toda actividad matemática, permite el desarrollo de aspectos metacognitivos, además de posibilitar la autonomía en el aprendizaje por parte de los estudiantes.

Domenech (2004) en su investigación titulada “El papel de la inteligencia y de la metacognición en la resolución de problemas”, con este estudio mostró las diferencias entre adolescentes en la resolución de problemas en función de su perfil intelectual (alta capacidad intelectual versus capacidad intelectual media) y de su perfil metacognitivo (alta y baja eficacia metacognitiva).

Hizo su aporte al establecer que la capacidad de la inteligencia influye en gran medida en el desarrollo de estrategias metacognitivas y la aplicación de las mismas en la resolución de problemas, pues aquellos individuos con un nivel intelectual más elevado desarrollan con mayor éxito una situación determinada, puesto que planean el proceso con un mayor detenimiento y obtienen una respuesta acertada.

“Ambos aspectos (capacidad intelectual y capacidad metacognitiva), estudiados conjuntamente, pueden aportar información valiosa sobre las propuestas educativas en la resolución de problemas: si conocemos qué aspectos están incluidos en la resolución, qué procesos subyacen a la respuesta exitosa y qué características muestran las personas que resuelven correctamente, tendremos las pautas necesarias para educar en la resolución de problemas.” (Domenech, 2004)

Mayer (1998), en su investigación titulada “Cognitive, metacognitive, and motivational aspects of problema solving”, reconoce el rol de la cognición, metacognición y

herramientas motivacionales en la solución de problemas. El interés del estudio de las estrategias metacognitivas pretende avanzar hacia el reconocimiento de estas y su contribución a la resolución de problemas.

De acuerdo al estudio, las habilidades cognitivas incluyen objetivos de instrucción, componentes de un aprendizaje jerarquizado y componentes en el procesamiento de la información. Las herramientas metacognitivas incluyen estrategias de comprensión de lectura, escritura, y comprensión matemática, y las habilidades motivacionales incluyen la motivación basada en el interés, la autoeficiencia y las atribuciones.

Derivado de los resultados de esta investigación se reconoce la necesidad de realizar nuevas investigaciones correspondientes a cómo las herramientas metacognitivas contribuyen a la resolución de problemas y cómo ayudar a los estudiantes a adquirir herramientas metacognitivas para resolver con éxito los problemas.

Agudelo, Barraza, Londoño, Jiménez y de García (1996), con su tesis “Procesos de pensamiento que desarrollan los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos con diferentes enunciados” buscaron como objetivo, determinar las estrategias metacognitivas que utilizan los estudiantes al resolver problemas con diferentes enunciados, lo cual les permitió concluir que las estrategias ayudan a organizar y a tener éxito en el aprendizaje, pues permiten organizar, planear, memorizar y comprobar procesos desarrollados, incluyendo a su vez la motivación y las expresiones verbales tan importantes para la reflexión y la metacognición.

El aporte de este último grupo de antecedentes, radica; en primer lugar, que independientemente del perfil intelectual y capacidad metacognitiva del estudiante los procesos de regulación metacognitiva, potencian la habilidad de resolutores de problemas exitosos. En segundo lugar, da lineamientos didácticos que demuestran la importancia de la resolución de problemas mediada por estrategias metacognitivas para el aprendizaje de las matemáticas. En tercer lugar, muestra una mirada crítica con respecto a la manera como los



docentes estamos presentando la matemática escolar (guiados por los sistemas educativos) y las repercusiones que esto tiene sobre el aprendizaje en nuestros estudiantes.

## 2.2 MARCO CONCEPTUAL

El marco conceptual para la presente investigación se presenta en dos categorías las cuales darán cuenta de los elementos que a nivel teórico sustentan la propuesta, como son: La resolución de problemas y las estrategias metacognitivas de regulación: planeación, monitoreo y evaluación.

### 2.2.1 Resolución de problemas

“Tengo un verdadero problema cuando me encuentro en una situación desde la que quiero llegar a otra, unas veces bien conocida, otras un tanto confusamente perfilada, y no conozco el camino que me puede llevar de una a otra” (De Guzmán, 2007 p. 34)

Miguel de Guzmán citado por (MEN 1998) plantea que “la enseñanza a partir de situaciones problemáticas pone el énfasis en los procesos de pensamiento, en los procesos de aprendizaje y toma los contenidos matemáticos, cuyo valor no se debe en absoluto dejar a un lado, como campo de operaciones privilegiado para la tarea de hacerse con formas de pensamiento eficaces.

Se trata de considerar, según De Guzmán (2007, p. 35) como lo más importante que el alumno:

“Manipule los objetos matemáticos; active su propia capacidad mental; ejercite su creatividad; reflexione sobre su propio proceso de pensamiento con el fin de mejorarlo conscientemente; haga transferencias de estas actividades a otros aspectos de su trabajo mental, de ser posible; adquiera confianza en sí mismo; se divierta con su propia actividad

mental; se prepare así para otros problemas de la ciencia y, posiblemente, de su vida cotidiana y se prepare para los nuevos retos de la tecnología y de la ciencia”.

## Bloqueos

De Guzmán (2006), afirma que, nuestra mente está llena de surcos, de hábitos y de modos concretos de proceder. Estos hábitos y rutinas mentales pueden suponer un obstáculo para resolver correctamente un problema. Además de esta circunstancia que puede suponer un tipo bloqueo, pueden existir otros tipos.

Unos son de origen afectivo, entre los que cabe señalar la apatía, abulia, pereza para el comienzo de abordar el problema y los miedos. Entre estos últimos se puede citar el miedo al fracaso, a la equivocación, al ridículo y al examen. Otros bloqueos de tipo afectivo son las ansiedades y repugnancias hacia tareas que consideramos aburridas y opacas.

Como bloqueos de tipo cognoscitivo más importantes podemos señalar la dificultad en la percepción del problema, la incapacidad de desglosarlo, bloquearse en el ataque al problema, tener una visión estereotipada en la que solamente se aprecia lo que esperamos ver, la tendencia al juicio crítico y tener una rigidez mental.

Por último, señala entre los bloqueos culturales y ambientales los ídolos del foro, como son las modas y las formas específicas de pensar en nuestro ambiente, la sabiduría popular y las ideas inertes.

## El trabajo en grupo

De Guzmán (2006), nos sugiere que el trabajo en grupo es un modo de acercarnos a los problemas que nos aporta muchas ventajas:

1. Permite enriquecerse unos de otros

2. Facilita la posibilidad de aplicar el modelo de resolución de problemas desde diferentes perspectivas.
3. Estimula y sirve de acicate para todos los alumnos.
4. Hace posible la observación de los progresos que el modelo realiza sobre el modo de pensar de los alumnos.
5. Capacita a los alumnos para ser capaces de ayudarse unos a otros.

Para llevar a cabo esta metodología de agrupamiento, sugiere un esquema de trabajo basado en la participación activa de varios alumnos en cada grupo.

Concretamente se definen los roles de secretario y moderador que son los encargados de llevar a cabo el modelo en cada grupo.

De Guzmán (1991), partiendo de las ideas de Polya (1945), Mason, Burton y Stacey (1989) y Schoenfeld (1985), ha elaborado un modelo para la ocupación con problemas, donde se incluyen tanto las decisiones ejecutivas y de control como las heurísticas. La finalidad de tal modelo es que la persona examine y remodele sus propios métodos de pensamiento de forma sistemática a fin de eliminar obstáculos y de llegar a establecer hábitos mentales eficaces, es decir, lo que Polya denominó como pensamiento productivo. Este modelo se basa en las siguientes cuatro fases:

**Familiarizarse con el problema:** Tratar de entender a fondo la situación, jugar con la situación, tratar de determinar el aire del problema, perderle el miedo. Engloba todas las acciones encaminadas a comprender del modo más preciso posible, la naturaleza del problema que va a enfrentar el estudiante.

En esta etapa se debe realizar una lectura profunda de las pistas que ofrece el problema; hacerse una idea clara de los elementos que intervienen, jugar mentalmente con ellos o de ser posible, materializarlos y manipularlos; identificar cuál es la situación de partida y cuál la de llegada, lo que hay que lograr; revisar si se ha trabajado con un problema similar; no apresurarse, esto suele causar el pronunciamiento de ideas que provienen de malas interpretaciones.

Este proceso de familiarización inicial con la situación es muy importante puesto que permite enmarcar adecuadamente el problema, darse cuenta de la información que puede ayudar, la transformación que se ha de aplicar, el esquema que se puede utilizar y, sobre todo, ayuda a que el problema, aunque sea difícil, pierda su aspecto hostil. Las sugerencias que el autor ofrece son: ¿De qué trata el problema? ¿Cuáles son los datos? ¿Qué pide determinar o comprobar el problema? ¿Se dispone de datos suficientes? ¿Guardan los datos relaciones entre sí?

**Búsqueda de estrategias:** Se trata de determinar unas cuantas estrategias para abordar el problema. No ha llegado el momento de aplicarlas, sino de seleccionar dentro del archivo de estrategias del estudiante, cuáles parecen que se adecúan más a la naturaleza del problema. Dentro de las sugerencias del autor se pueden encontrar:

Empieza por lo fácil, proponer un problema semejante mucho más sencillo y tratar de resolverlo, luego proceder a complicarlo hasta llegar al propuesto inicialmente, de esta manera pueden aparecer probablemente más claros ciertos principios que eran confusos en la complejidad del problema grande, poco a poco van cayendo las piedras de lo que parecía una muralla inasequible y el estudiante se va animando con el éxito parcial en la resolución del problema.

La experimentación es una de las técnicas más fructíferas para la resolución de problemas, a partir de esta puede surgir una conjetura que permite predecir cómo va a ser la situación para un caso más grande.

Haz un esquema, una figura, un diagrama, son muchos los problemas que se hacen evidentes cuando se ha encontrado la representación adecuada de los elementos que en él intervienen, es importante que la imagen o el diagrama que se utilice, incorpore los datos relevantes suprimiendo aquellos que son innecesarios y que pueden llevar a una confusión, de esta manera se encontrarán fácilmente las relaciones entre los aspectos importantes del problema, que permitan clarificar notablemente la situación.

Escoge un lenguaje apropiado, una notación apropiada, existen muchos lenguajes mentales (de la lógica, de las matemáticas, el analógico que se sirve de modelos, el imaginativo, el pictórico que trabaja con figuras, esquemas, diagramas) que pueden ser útiles en ciertas circunstancias, pero totalmente infructuosos en otras.

En el caso de las matemáticas se puede servir del lenguaje geométrico, algebraico, analítico, probabilístico, entre otros, es por eso que antes de empezar a trabajar a fondo en un problema, el estudiante deberá cuestionarse acerca de ¿si debe usar el lenguaje geométrico, o un diagrama, o quizá el lenguaje algebraico o analítico? ¿Tal vez lo que se adapte mejor sea una modelización que pueda manipular con sus manos?, luego de decidir el estilo de pensamiento que va a utilizar, es muy conveniente que el estudiante dedique el tiempo preciso a pensar en la forma concreta de aplicarlo.

Busca un problema semejante, a medida que el estudiante adquiere cierta experiencia en la resolución de problemas, es probable que en el fondo de su mente encuentre alguna situación que se parece a la que se propone, al hacerlo probablemente surgirán algunos procedimientos de ataque de ese tipo de problemas que proporcionarán estrategias válidas para la situación que se está trabajando. Inducción, con la cual se busca demostrar que si cualquiera de los elementos que tiene el problema cumple cierta propiedad, entonces también el siguiente la tiene.

Suponer el problema resuelto, un problema se ve mucho mejor cuando se mira desde otra perspectiva, es bueno que el estudiante se coloque en la situación final y vaya retrocediendo hacia la inicial, el camino es a veces más claro.

Suponer lo contrario, se parte que la condición inicial no es verdadera y se analiza qué se deduce de ahí, tratando de llegar a alguna contradicción con algún hecho, principio, teorema o hipótesis que se da por cierta, si se consigue, se ha terminado.

**Llevar adelante la estrategia:** Momento en el que pasa a aplicarse la estrategia seleccionada. Cuando se tiene un problema sencillo es posible que, tras las primeras dos fases, alguna de las estrategias que se le han ocurrido al estudiante pueda conducirlo hacia la solución del problema, pero cuando el problema es de naturaleza difícil, suele sentir que ninguna de las estrategias que ha planteado lo puedan llevar a un puerto seguro. En este momento es necesario llevar a cabo el plan de acción que la estrategia sugiere sin doblegarse ante cualquier dificultad, pero sin empeñarse cuando el plan parece conducir a un callejón sin salida.

Es necesario no entusiasmarse con soluciones a medias, si parece que ninguna de las estrategias puestas en marcha, no conduce a ningún objetivo lo mejor es volver a la fase anterior, si al tiempo que se está realizando el plan de ataque surgen nuevas ideas distractoras, es mejor dejarlas a un lado, pero se pueden apuntar aquellas que sirvan de ayuda, De Guzmán (2006).

**Revisar el proceso y sacar consecuencias de él:** Examinar a fondo el camino seguido, preguntarse cómo se ha llegado a la solución o por qué no se ha llegado, tratar de entender por qué la cosa funciona, mirar si se puede encontrar un camino más simple, mirar hasta donde llega el método, reflexionar sobre el proceso de pensamiento seguido y sacar conclusiones para el futuro.

Quizás el momento más satisfactorio sea aquel en el que se ha resuelto el problema, es el momento de observar el propio proceso de pensamiento, la actitud frente al problema, si es posible contar con la forma de resolución de otra persona, mucho mejor, es bueno aprovechar el examen de distintas formas posibles de proceder.

La reflexión sobre el proceso debe realizarse desde dos puntos de vista distintos, una local, referida al problema concreto que se ha estado manejando hasta hora, y otra más general, global y profunda que trate de ir más al fondo, examinando los posibles bloqueos que se manifestaron, las aptitudes y tendencias que se hacen patentes a través de este ejercicio, los posibles progresos hacia la meta que consiste en mejorar la forma de proceder.

La reflexión local debe concentrarse en examinar el camino seguido, ¿cuáles han sido los cambios de rumbo en el tratamiento del problema? ¿Qué es lo que los ha motivado? ¿Te acercaste a las estrategias correctas? ¿En qué momento y por qué? O bien ¿cómo es que no se logró dar con las estrategias adecuadas? ¿Te faltaba información sobre el tema en que el problema se encuadraba? ¿Te faltó audacia para proponerte ideas? ¿Falló el tesón para seguir una línea correcta? ¿Cómo se originaron las ideas que más contribuyeron o más te acercaron a la solución? Y en extraer más provecho de este problema, tratando de entender la validez de la solución, buscar una manera más simple de resolver el problema.

La reflexión más profunda, debería ir haciendo capaz, a través de experiencias repetidas de resolución de problemas, de hacer un diagnóstico, lo más preciso, del propio estilo de pensamiento, ¿visual o analítico? ¿Se depende de la fórmula, la expresión verbal, de la imagen? ¿Se tiene el compromiso con una sola idea, sin flexibilidad? ¿Cómo se podría aumentar la fluencia espontánea de ideas variadas, originales, novedosas?

Es necesario volverse sobre él y sobre el proceso de pensamiento e iniciar una reflexión, bajo la luz de las siguientes sugerencias: Examinar a fondo el camino seguido. ¿Cómo se ha llegado a la solución? O ¿por qué no se ha alcanzado? Buscar ahora un camino más simple. Tratar de entender no sólo que la cosa funciona bien sino por qué funciona. Reflexionar

sobre el proceso de pensamiento y obtener consecuencias de él. Estudiar qué otros resultados se podrían obtener con ese método.

Este modelo propende por incluir estrategias metacognitivas de una manera tácita, dentro de las fases establecidas para la resolución de problemas.

### 2.2.2 Regulación Metacognitiva

Antes de hablar de la Regulación metacognitiva es necesario abordar el concepto de metacognición; desde las ciencias cognitivas la metacognición como proceso que ha sido objeto de estudio desde la década de los años 70, la cual se ha analizado desde la psicología cognitiva estructural y evolutiva de Jhon Flavell (1976) y por la psicología cognitiva de procesamiento de la información de Ann Brown (1978).

De acuerdo con lo anterior, se asume la definición de metacognición desde dos autores:

Desde la perspectiva de Flavell, (1987) (citado por Tamayo, 2006), la metacognición corresponde al propio conocimiento acerca de procesos cognitivos, que puede ser usado para controlar dichos procesos. Tal definición se fue transformando en la “habilidad para monitorear, evaluar y planificar nuestro propio aprendizaje”.

Desde la perspectiva de Brown (1978) (citada por Gutiérrez, 2005). La metacognición es el control deliberado y consciente de las acciones cognitivas. Las actividades metacognitivas son los mecanismos auto regulatorios que utiliza un sujeto durante la resolución de un problema o al enfrentarse a una tarea y esto implica:

Tener conciencia de las limitaciones del propio sistema. Por ejemplo, poder estimar el tiempo que puede llevarnos una tarea determinada; conocer el repertorio de estrategias de las que disponemos y usarlas apropiadamente; identificar y definir problemas; planificar y secuenciar acciones para su resolución, al igual que supervisar, comprobar, revisar y evaluar la marcha de los planes y su efectividad.



Dichas aproximaciones favorecen la construcción teórica y práctica de la metacognición como estrategia que provee de herramientas que le permiten al estudiante desarrollar la capacidad de organizar sus ideas, plasmarlas en estrategias, monitorearlas, evaluarlas pudiendo de esta manera ser eficaz cuando lo soluciona. En concordancia, este proceso mental, lleva al estudiante a reflexionar e ir más allá de lo que explícitamente se ve o se conoce de sí mismo, es decir, le proporciona un alto grado de conciencia sobre como construye, aplica y evoluciona su propio conocimiento.

Según Gunstone y Mitchell, (1998), citados por Tamayo (2006), el estudio de la metacognición aborda tres aspectos generales: conocimiento, conciencia y control sobre los propios procesos de pensamiento. El conocimiento metacognitivo es el conocimiento que tienen las personas sobre sus propios procesos cognitivos; son conocimientos de naturaleza diferente que pueden referirse, según Flavell (1987), a los conocimientos sobre las personas, sobre las tareas o sobre las estrategias. Un estudiante que conozca en forma adecuada sus procesos cognitivos puede "hablar" o "reflexionar" sobre sus procesos de pensamiento propios y/o de los demás.

Según Tamayo (2006), el conocimiento declarativo; es un conocimiento proposicional referido a un saber que, acerca de uno mismo como aprendiz y de los diferentes factores que influyen de manera positiva o negativa en nuestro rendimiento. El conocimiento procedimental es un saber cómo se hacen las cosas, de cómo suceden, es un tipo de conocimiento que puede representarse como heurísticos y como estrategias en las cuales los individuos definen los pasos seguidos en la solución a un problema. El conocimiento condicional es un saber por qué y cuándo se usan el conocimiento declarativo y el procedimental (Garner, 1990).

Siguiendo a Tamayo (2006) se refiere a la regulación (o control) metacognitiva como el conjunto de actividades que ayudan al estudiante a controlar su aprendizaje, se relaciona con las decisiones del aprendiz antes, durante y después de realizar cierta tarea de aprendizaje. Se asume que la regulación metacognitiva mejora el rendimiento en diferentes

formas: mejora el uso de la atención, proporciona una mayor conciencia de las dificultades en la comprensión y mejora las estrategias ya existentes.

La regulación de los procesos cognitivos esta mediada por tres procesos cognitivos esenciales: planeación, monitoreo y evaluación (Brown, 1987). La planeación implica la selección de estrategias apropiadas y la localización de factores que afectan el rendimiento tales como la predicción, las estrategias de secuenciación y la distribución del tiempo o de la atención selectiva antes de realizar la tarea; es decir, consiste en anticipar las actividades, prever resultados, enumerar pasos. El monitoreo se refiere a la posibilidad que se tiene, en el momento de realizar la tarea, de comprender y modificar su ejecución, por ejemplo, realizar autoevaluaciones durante el aprendizaje, para verificar, rectificar y revisar las estrategias seguidas. La evaluación, realizada al final de la tarea, se refiere a la naturaleza de las acciones y decisiones tomadas por el aprendiz; evalúa los resultados de las estrategias seguidas en términos de eficacia. (Tamayo 2006).

Los procesos de regulación metacognitiva potencian el desempeño de los estudiantes al determinar el proceso que sigue antes, durante y después de la resolución de un problema. Estos procesos son:

Antes: *planificar* la estrategia de acuerdo con la cual desarrollará el proceso de búsqueda de la solución del problema. En esta etapa de la resolución de problemas se contemplan múltiples estrategias para decidir cuáles se adaptan más a la situación específica, diseñando así el rumbo a seguir para llegar del estado inicial al hallazgo de la solución.

Durante: *controlar* la ejecución de la estrategia. Durante la etapa de control, el resolutor realiza actividades de verificación, rectificación y revisión de la estrategia planeada.

Después: *evaluar* el desarrollo de la estrategia diseñada, a fin de detectar la pertinencia, contrastando los resultados con los propósitos, tanto de la estrategia en sí como de los resultados obtenidos para determinar su eficacia.

Estos procesos metacognitivos le permitirán al estudiante optimizar o reevaluar sus estrategias de resolución de problemas, posibilitando una mayor profundidad en el aprendizaje; ya que se pasará de un aprendizaje mecánico a un aprendizaje más autónomo, en el que el estudiante tendrá la oportunidad de explorar, por sus propios medios, los caminos que lo llevarán al cumplimiento de su objetivo, ensayando, replanteando, retomando, comparando, estableciendo relaciones, entre otros.

Desde esta perspectiva la regulación metacognitiva no se trabaja en los estudiantes simplemente llevando una serie de actividades en las que se utilicen procesos de solución inconscientes, intuitivos, lógicos o mecánicos pues estos de ninguna manera podrán hacer que el alumno tenga conciencia de lo que realmente está haciendo y cómo lo está haciendo.

Diseñar estrategias didácticas en las que se promuevan el desarrollo de actividades metacognitivas y en especial la regulación o control permitirá promover estudiantes capaces de enfrentar retos cognitivos que implique para cada uno de ellos aplicar proceso consientes que le ayudaran a (Buitrago y García, 2012, p. 24).

“optimizar o reevaluar sus estrategias de resolución de problemas, posibilitando una mayor profundidad en el aprendizaje; ya que se pasará de un aprendizaje mecánico a un aprendizaje más autónomo, en el que el estudiante tendrá la oportunidad de explorar por sus propios medios los caminos que lo llevarán al cumplimiento de su objetivo”

De acuerdo a lo anterior, existe una estrecha relación entre las estrategias de regulación metacognitiva (planeación, monitoreo y evaluación) y las fases en la resolución de problemas. Esta investigación pretende evidenciar las ventajas de la vinculación de estas estrategias en la resolución de problemas sobre el concepto de fracción en estudiantes de grado tercero.

Tabla 1. Categorías, subcategoría e indicadores

CATEGORÍA	SUBCATEGORÍA	INDICADORES
Resolución de problemas	Heurística de resolución de problemas (Miguel De Guzmán)	Familiarización con el problema. Búsqueda y selección de una estrategia apropiada. Puesta en marcha de la estrategia. Reflexión acerca el camino seguido.
Regulación Metacognitiva	Planeación	Objetivos de aprendizaje. Selección de conocimientos previos. Prever el tiempo y los recursos. Seleccionar la estrategia a seguir.
	Monitoreo	Seguimiento al plan trazado. Búsqueda de estrategias alternativas. Reasignación de tiempo y recursos. Búsqueda de ayuda.
	Evaluación	Consecución de los objetivos. Proceso de aprendizaje y reflexión sobre el proceso de pensamiento.

Fuente: Elaboración propia

### 3 METODOLOGÍA

#### 3.1 REFERENTE METODOLÓGICO

La investigación tuvo un enfoque cualitativo, de tipo descriptivo, puesto que tanto la metacognición como los procesos de resolución de problemas son procesos subjetivos e internos, que dependen de las características, condiciones, fortalezas y debilidades de cada individuo; lo que hace que el interés de investigación no sea el de cuantificar sus posibles resultados sino el de indagar partiendo desde los datos, los procesos de regulación metacognitiva que se hacen presentes a la hora de resolver problemas matemáticos, y la forma como estos ocurren, se relacionan e influyen en la resolución de problemas matemáticos. Según Sampieri (2005) este “se basa en métodos de recolección de los datos no estandarizados. No se efectúa una medición numérica, por tanto, el análisis no es estadístico. La recolección de los datos consiste en obtener las perspectivas y puntos de vista de los participantes y no se pretenden generalizar de manera probabilística los resultados a poblaciones más amplias”.

Se inició con una prueba de indagación de ideas previas, seguida de una serie de talleres escritos que se evidenciaron en guías desarrolladas, plenarias y grabaciones audiovisuales del proceso de resolución de problemas permitiendo hacer la indagación de procesos de regulación metacognitiva, terminando con una entrevista semi-estructurada que permitió la reflexión de los estudiantes en y sobre los procesos del aprendizaje del concepto de fracción.

#### 3.2 CONTEXTO

La propuesta se llevó a cabo con estudiantes de la jornada de la mañana de la Institución Educativa Majestuoso Ariari, Sede Inocencio Chincá, institución de carácter público, ubicada en el barrio Vocacional, Municipio de Puerto Lleras – Meta, a la cual asisten aproximadamente 290 estudiantes desde los grados primero a tercero; pertenecientes a los

estratos sociales 1 y 2, quienes presentan distintas problemáticas sociales, entre ellas, la inestabilidad familiar y la falta de recursos económicos. Se contó con una población de estudiantes muy flotante, debido a constantes retiros a lo largo del año, problemas de orden público y con poco o nulo acompañamiento familiar a la formación del estudiante.

### 3.3 UNIDAD DE TRABAJO

La unidad de trabajo objeto de estudio estuvo conformada por los estudiantes del grado 3° de la institución, la cual cuenta con noventa y tres (93) estudiantes distribuidos en tres (3) grupos.

### 3.4 UNIDAD DE ANÁLISIS

Para llevar a cabo la presente investigación, se tuvo en cuenta solamente el curso 301, este contaba con treinta y un (31) estudiantes (17 niñas y 14 niños) cuyas edades oscilan entre siete (7) y nueve (9) años, a quienes se les aplicó los correspondientes instrumentos y la unidad didáctica. Para el análisis de la información, se recolectaron los datos de cinco (5) estudiantes que fueron seleccionados a través de los diferentes desempeños académicos que obtuvieron después de la aplicación del instrumento inicial. Se tuvo en cuenta que no presentaran problemas de aprendizaje, es decir problemas de lectura, escritura, que no contaran con ninguna necesidad educativa especial de índole motor, cognitivo, social, entre otras.

### 3.5 INSTRUMENTOS DE INVESTIGACIÓN

#### 3.5.1 Instrumento de lápiz y papel

Este instrumento fue diseñado con el objetivo de indagar las ideas previas y los procesos de regulación metacognitiva utilizados por los estudiantes presentes en la resolución de problemas asociados a el aprendizaje del concepto de fracción.; a través de los modelos

explicativos (parte del todo, medidor y operador) permitiendo identificar los obstáculos que posiblemente inciden sobre los aprendizajes, estos pueden ser de tipo epistemológico, ontológico, motivacional o cognitivo-lingüísticos. Después de identificados las ideas previas y los obstáculos se diseñó la unidad didáctica.

El instrumento comprende tres problemas que abordan el concepto de fracción de acuerdo a los significados de: parte-todo, medida y operador, y una serie de preguntas abiertas de tipo cognitivo y metacognitivo que permitan la regulación metacognitiva a la luz de los procesos de planeación, monitoreo y evaluación. Se sometió a una prueba piloto a partir de la cual se realizó los ajustes pertinentes para su posterior aplicación.

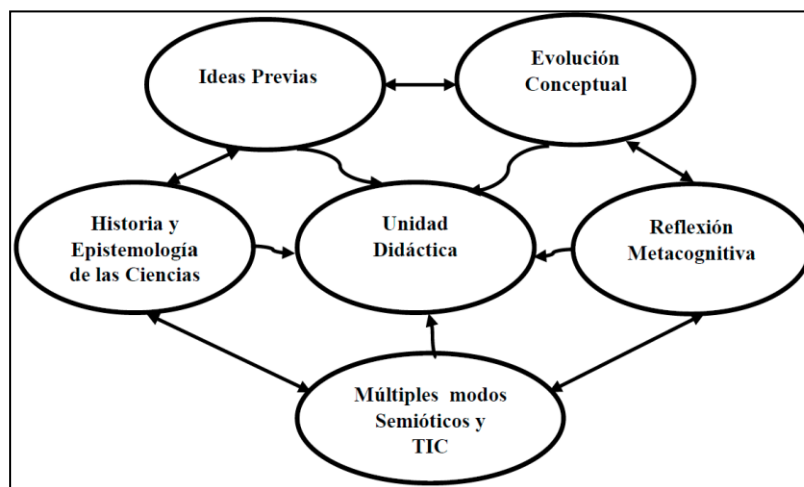
De acuerdo al diseño metodológico del instrumento, se enfrentó al estudiante a un problema matemático y se le solicitó mediante preguntas (cognitivas y metacognitivas) que explique paso a paso el procedimiento o la secuencia que realizó para determinar las respuestas a las preguntas planteadas.

Dentro del instrumento, también se realizó preguntas que puedan inferir acciones de monitoreo y evaluación (como indicadores de procesos de regulación metacognitiva), que entran en juego a la hora de resolver problemas.

### 3.5.2 Unidad Didáctica

Según Tamayo (2006) y Sánchez & Valcárcel (1993), la unidad didáctica es un proceso flexible de planificación de la enseñanza de los contenidos relacionados con un campo del saber específico para construir procesos de aprendizaje en una comunidad determinada. Debe estar constituida a partir de las ideas previas, la historia y la epistemología de las ciencias, los distintos modos de representación semiótica y las TIC, la reflexión metacognitiva y la evolución conceptual.

*Figura 1. Modelo unidad didáctica.*



*Fuente: Tamayo (2001)*

La UD estuvo enmarcada en sesiones de clase, teniendo como base en el instrumento de ideas previas, los modelos explicativos y los obstáculos encontrados a partir de este, se centró en la resolución de problemas asociados al concepto de fracción y bajo el modelo de Miguel de Guzmán, además de la regulación metacognitiva (planeación, monitoreo y evaluación) a partir de los constructos teóricos de Tamayo. Esta intervención se realizó en tres momentos: ubicación, desubicación y reenfoque.

En el momento de **ubicación**, se les presentó a los estudiantes el instrumento de ideas previas (instrumento de lápiz y papel), que tiende a identificar los conocimientos previos que tienen los estudiantes acerca del concepto de fracción, especialmente, se propuso actividades que permitió evidenciar si los estudiantes presentan obstáculos respecto a las diferentes representaciones y simbolizaciones de acuerdo a los significados que tiene este objeto matemático, asociados a la resolución de problemas y la regulación metacognitiva (planificación, monitoreo y evaluación).

En el momento de **desubicación**, de acuerdo a las ideas previas y los obstáculos encontrados, se les instruyó en el modelo de resolución de problemas propuesta por Miguel de Guzmán, interiorizando la regulación metacognitiva al proceso. Las sesiones estuvieron



enmarcadas en el aprendizaje cooperativo<sup>1</sup>. El desarrollo de las sesiones de clase se enmarcó en los siguientes aspectos:

Inicialmente se modeló, por parte del docente, distintas situaciones problema de acuerdo al modelo establecido para la investigación, con el propósito de que los estudiantes observen y analicen la manera de abordar los problemas, para su solución. Posteriormente el trabajo guiado permitió que los estudiantes interiorizaran de manera individual y colectiva la heurística. Todas las actividades fueron guiadas con preguntas abiertas permitiendo identificar los procesos metacognitivos de planeación, monitoreo y evaluación.

En el momento de **reenfoque**, se verificó nuevamente la manera en que los estudiantes abordaron la solución de problemas, de acuerdo al modelo de Miguel de Guzmán y si están presentes los procesos de regulación metacognitiva. Para ello se aplicó el instrumento de salida, adaptado a las categorías iniciales y emergentes que tuvieron influencia en el desarrollo de la investigación. Seguido de esto se realizó una entrevista semiestructurada a 5 estudiantes participantes del estudio con la intención de analizar las implicaciones de la vinculación de estrategias metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación, en la resolución de problemas sobre el concepto de fracción, permitiendo realizar un contraste entre la primera aplicación y los resultados obtenidos al final de la intervención pedagógica. La intervención didáctica contó con un espacio de dos meses con una intensidad horaria semanal de tres horas. El análisis se hizo a partir de la información obtenida en las pruebas de lápiz y papel, la unidad didáctica y la entrevista semi-estructurada.

---

<sup>1</sup> El aprendizaje cooperativo es un método de enseñanza en el aula de clase que se fundamenta en el trabajo en conjunto para alcanzar objetivos comunes. Los estudiantes trabajan en grupos reducidos, desarrollando tres momentos; trabajo individual, trabajo colectivo y plenaria, esto permite maximizar su aprendizaje y el de los demás. Además de alcanzar metas de aprendizaje sobre contenidos específicos, desarrolla habilidades sociales necesarias para la convivencia, entre otras. (Johnson 2000).

### 3.5.3 Entrevista semi-estructurada

La entrevista tiene un enorme potencial que nos permite acceder a la parte mental de las personas, de esta manera podemos descubrir su cotidianidad y las relaciones que mantienen (López & Deslauriers, 2011). El diálogo que esta permite conduce a un intercambio de información, con la cual se puede indagar al estudiante, acerca de sus pensamientos y las estrategias que utiliza a la hora de resolver un problema.

En este sentido, la entrevista se convirtió en un instrumento de gran utilidad para la investigación, ya que, por un lado, permitió un acercamiento directo entre el entrevistador (docente) con el entrevistado (estudiante), con el fin de conocer sus apreciaciones luego de la implementación de la secuencia de actividades, y por el otro, permitió captar información relevante para el análisis de resultados, sensaciones y argumentos que da el entrevistado.

Se aplicó al terminar la UD con la intención de analizar las implicaciones de la vinculación de estrategias metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación, en la resolución de problemas sobre el concepto de fracción.

## 3.6 VALIDACIÓN DE LOS INSTRUMENTOS

Los diferentes instrumentos empleados para la recolección de la información fueron validados mediante la realización de pruebas piloto y validación por grupo de expertos a partir de las cuales se hizo las modificaciones correspondientes.

## 3.7 RESULTADOS Y ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

El análisis de la información y los resultados se hizo con base en la tabla de categorías, subcategorías e indicadores antes mencionada y siguiendo estos pasos.

Se realizó la lectura y estudio detallado de todos los instrumentos aplicados en el desarrollo de la investigación, como: indagación de ideas previas, la secuencia de las actividades y entrevistas.

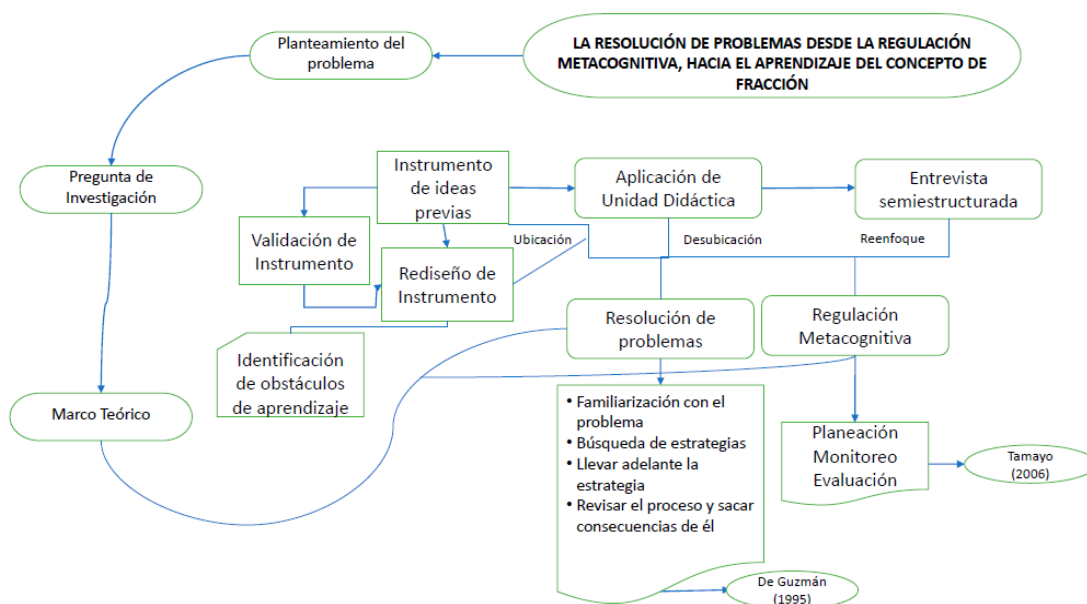
Se realizó las transcripciones de las entrevistas, de videos y audios que se produjeron durante la implementación de la unidad didáctica.

A partir de la organización de la información, se hizo el análisis descriptivo de cada categoría en relación con las preguntas de la indagación de ideas previas, de la secuencia de actividades y de la entrevista.

Y por último se realizó el análisis interpretativo en relación con los hallazgos cualitativos encontrados, apoyados en la información del marco teórico, teniendo como base la pregunta de investigación, el objetivo general y los específicos. Con toda la información recolectada se procedió a iniciar con el análisis a la luz del marco teórico de la investigación y los objetivos planteados; dicho análisis reflejó las implicaciones que tiene la vinculación de estrategias metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación en la resolución de problemas hacia el aprendizaje del concepto de fracción en estudiantes de grado tercero.

### 3.8 DISEÑO METODOLÓGICO (Diagrama de la investigación)

Figura 2. Diagrama de la investigación.



Fuente: Elaboración propia

## 4 ANÁLISIS DE RESULTADOS

### 4.1 MOMENTO UNO (UBICACIÓN)

En este momento se establecieron las ideas previas y los obstáculos presentes en los estudiantes respecto al concepto de fracción, las diferentes representaciones y simbolizaciones de acuerdo a los significados que tiene este objeto matemático, asociados a la resolución de problemas y la regulación metacognitiva (planificación, monitoreo y evaluación).

Se realizó la aplicación del primer instrumento, el cuál comprendió la resolución de tres problemas que involucran al concepto de fracción de acuerdo a los significados de; parte-todo, medida y operador, desde ámbitos continuos y discretos.

Los resultados obtenidos después de la aplicación del instrumento son:

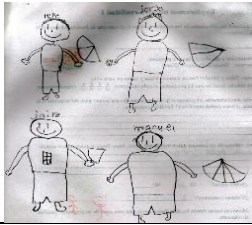
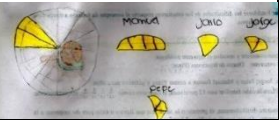
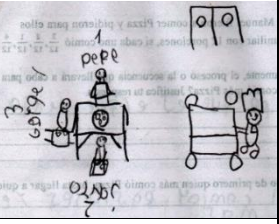
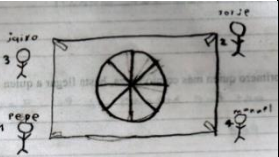
**Instrumento 1:** Identificar las ideas previas y obstáculos presentes en la resolución de problemas asociados al aprendizaje del concepto de fracción.

Tabla 2. Instrumento No. 1 (Exploremos nuestra realidad I - Ideas Previas)


<b>Problema 1:</b> Pepe, Jorge, Jairo y Manuel fueron a comer Pizza y pidieron para ellos una Pizza tamaño familiar con 12 porciones, si cada uno comió $\frac{3}{12}$ , $\frac{2}{12}$ , $\frac{1}{12}$ , $\frac{4}{12}$ , respectivamente:		
SITUACIÓN Y/O PREGUNTA	RESPUESTAS (EVIDENCIAS)	ANÁLISIS

<p>a.</p> <p>Describe detalladamente, el proceso o la secuencia que llevará a cabo para dar respuesta a la pregunta. ¿Quién comió más Pizza?</p>	<p><b>E1:</b> No hay descripción de secuencia.</p> <p><b>E2:</b> No hay descripción de secuencia.</p> <p><b>E3:</b> No hay descripción de secuencia. “el uno porque es el que tenía restas”</p> <p><b>E4:</b> No hay descripción de secuencia. “el que comió más pizza fue manuel.”</p> <p><b>E5:</b> No hay descripción de secuencia.</p>	<p>La falta de comprensión lectora, impide la solución de los problemas, si no comprenden lo que leen es muy probable que los procedimientos y las conclusiones a las que lleguen, no den cuenta de lo que fue solicitado.</p> <p>El proceso de planeación analizado en estas ideas previas, va encaminado a verificar las acciones antes de resolver una tarea o meta escolar. Brown (citado por Tamayo, 2006), establece que la planeación implica:</p> <p>“Selección de estrategias apropiadas y la localización de factores que afectan el rendimiento; la predicción, las estrategias de secuenciación y la distribución del tiempo o de la atención selectiva antes de realizar la tarea; consiste en anticipar las actividades, prever resultados, enumerar pasos”.</p> <p>De acuerdo a las evidencias, parece ser, que ningún estudiante sigue una secuencia de pasos para abordar un problema, esto origina un desorden en la ejecución de los procesos. Es necesario estimular la creación de un camino a seguir para resolver problemas.</p>
--	--	---

<p>b. Ordena, colocando de primero quien más comió Pizza, hasta llegar a quien menos comió</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Sobró pizza?</li> <li>• ¿Cuántas porciones?</li> <li>• Menciona cuáles fueron las dificultades que tuviste para resolver las preguntas.</li> </ul>	<p><b>E1:</b> “manuel, pepe, Jorge, Jairo”, “sí”, “2 porciones”.</p> <p><b>E2:</b> “Quien comio mas pizza fue Manuel y Quien menos comio pizza fue Jairo”, “sí”, “dos porciones sobró”, “las dificultades son que yo no la entendí al principio”.</p> <p><b>E3:</b> “manuel comio 4 porsiones y es el que comio mas”, “sí”, “12 porciones de piza”, “la primera porque bi que eran restas y la 2 porque ley igual 3”.</p> <p><b>E4:</b> “el que comio mas fue manuel y el que comió menos fue pep”, “sí”, “2 porsiones</p>	<p>Los estudiantes E1 y E5, respondieron correctamente las preguntas de corte cognitivo, por su parte E2, E3 y E4, presentan dificultades en la interpretación de las mismas, haciendo alusión a que les pedían ordenar las personas y se limitaron a escribir solo el que “más y menos comió”. Persiste la falta de comprensión lectora.</p> <p>Así mismo, la mayoría de los educandos, identifican el problema, pero no hay definición y menos comprensión del mismo, no es evidente la selección de una estrategia clara, por ende, no hay ni seguimiento, ni verificación y ni replanteamiento que permita tomar posición frente a la puesta en marcha de la estrategia.</p> <p>En concordancia, De Guzmán (1995), haciendo referencia al tipo de bloqueos que presenta un estudiante al enfrentarse a un problema cuando se desconoce métodos heurísticos de solución, citando los bloqueos de tipo cognoscitivo:</p> <p>“Dentro de este tipo de bloqueos se encuentran los siguientes: Incapacidad de desglosar el problema, bloqueos en el ataque al problema, visión estereotipada, tendencia al juicio crítico y rigidez mental. Todos los bloqueos mencionados se refieren a las dos fases distintas de nuestro</p>
---	--	---

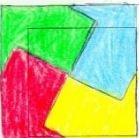


	<p>sobraron”, “no tuve ni una dificultad”.</p> <p><b>E5:</b> “Manuel comio 4/12 del pizza, Pepe comio 3/12 del pizza, Jorge comio 2/12 del pizza y Jairo comio 1/12 del pizza”, “si”, “2 trosos de pizza” “La pregunta a”.</p>	<p>tratamiento del problema: la percepción del problema y el ataque al problema” (p. 27).</p> <p>Las dificultades manifiestas de E2 y E5, se resolvieron a partir de conocimientos previos que poseía los estudiantes. E4 aduce no tener dificultades, sin embargo, la primera respuesta no es coherente con la pregunta realizada.</p>
c. Realiza un dibujo de la situación que se presenta el problema	<p><b>E1:</b></p>  <p><b>E2:</b></p>  <p><b>E3:</b></p>  <p><b>E4:</b></p> 	<p>Cuando se les pidió que realizaran un dibujo de la situación, ayudados del material manipulable (disco de fracción dividido en 12 partes iguales), se empezaron a aclarar muchas dudas iniciales, pues, todos los estudiantes realizan una distribución acorde a la situación, incluso E2, E3 y E5, muestran claramente la cantidad de pizza que sobró, en contraste E2, manifestó que sobraban; “12 porciones de piza”.</p> <p>De acuerdo a lo anterior, se puede inferir, que, en los primeros grados de escolaridad, es necesario proveer de representaciones reales, concretas y pictóricas, que fortalezcan la búsqueda y selección de una estrategia apropiada en la</p>





	<p>E5:</p> 	<p>resolución de problemas, que permita llegar al aprendizaje de las representaciones simbólicas.</p> <p>En contraste, (De Guzmán, 1995) afirma:</p> <p>“En ocasiones el ser capaz de resolver un problema depende del estilo de pensamiento que se aplique. En ocasiones es el adecuado pero muchas veces no lo es. Para que el pensamiento sea el adecuado, es muy importante utilizar un lenguaje correcto, entre los cuales destacan: lenguaje imaginativo, pictórico, esquemas, diagrama, etc. En matemáticas se puede utilizar lenguaje geométrico, algebraico, analítico, probabilístico, etc.”.</p>
<p>d. ¿Por qué cree que las respuestas que obtuvo son las correctas?</p>	<p><b>E1:</b> No justifica</p> <p><b>E2:</b> “porque la ice con juisio”</p> <p><b>E3:</b> “porque necesito leer para todo eso”</p> <p><b>E4:</b> “por que las preguntas tienen respuestas fáciles”</p> <p><b>E5:</b> “porque lei las preguntas”</p>	<p>Si bien es cierto, la mayoría de los estudiantes logró contestar de manera correcta los interrogantes cognitivos, esto, por sí solo, no permite establecer la reflexión sobre el proceso de pensamiento.</p> <p>De acuerdo a las respuestas, la comprobación de la solución está en términos de concepciones inducidas que pueden estar influenciadas por el contexto, la cultura, los medios de comunicación, la interacción con amigos y familiares e incluso por los profesores. De allí obtienen ideas que fundamentan sus creencias y con las cuales forman sus conceptos sobre los</p>

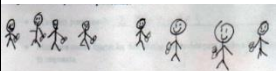

		fenómenos que observan (Figuerola et al., 2006, p. 12). Es decir, según ellos, estas respuestas me sirven para verificar el proceso de aprendizaje.
<b>Problema 2:</b> Marta le pide a Carlos construir un cuadrado y le dice que, para hacerlo, le mostrará una figura que corresponde a una de cuatro partes del mismo.		
SITUACIÓN Y/O PREGUNTA	RESPUESTAS (EVIDENCIAS)	ANÁLISIS
¿Carlos cómo debe construir el cuadrado usando la figura que le mostró Marta? Describe detalladamente, los pasos o la secuencia que llevarás a cabo para armar el cuadrado.	<b>E1:</b> “Imaginarme como era, mover las fichas, organizarlo, mostrarlo”. <b>E2:</b> “ocerbar si todas las fichas están completas, tengo que ocerbar las figuras, tengo que unir las, que no sobre ni una”. <b>E3:</b> No hay descripción. <b>E4:</b> “carlos necesita 4 fichas para armar el cuadrado del color	En esta segunda actividad, algunos estudiantes (E1, E2 y E5) siguen una secuencia de pasos para abordar un problema, sin embargo, al igual que el problema anterior no se tiene un camino claro a seguir, pues las afirmaciones no permiten establecer las acciones antes de resolver la situación, pareciera ser que persiste la carencia de un proceso de planeación.


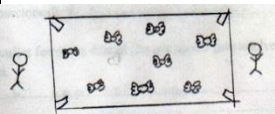
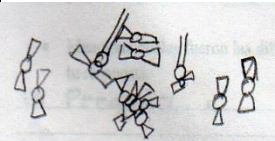
	<p>amarillo, rojo, azul, verde”.</p> <p><b>E5:</b> “acomodar una figura, poner una debajo de la figura, pone otra figura debajo de de figura 2da y poner la otra donde cupo”.</p>	
<p>Menciona ¿cuáles fueron las dificultades que tuvo para armar el cuadrado?</p>	<p><b>E1:</b> “no tu be dificultades”</p> <p><b>E2:</b> “que no entendía las figuras”</p> <p><b>E3:</b> “todas para diferente lado Roja verde amarillo y azul”.</p> <p><b>E4:</b> “no tuve ni una dificultad”</p> <p><b>E5:</b> “enpesar con acomodar y poner una figura abajo”</p>	<p>Persisten las dificultades en la falta de comprensión lectora, impidiendo la realización de los problemas. Una de las dificultades más notorias que se les presentó a la hora de abordar la solución del problema, fue la manera como debían empezar a colocar las figuras (Diferentes colores, figuras no convencionales, etc.).</p>

<p>c. ¿Considera que la estrategia utilizada para armar el cuadrado fue adecuada?</p>	<p><b>E1:</b> “no”, no hay justificación.</p> <p><b>E2:</b> “sí”, “sobre como son las figuras e ir haciendo el cuadro”.</p> <p><b>E3:</b> “sí”, “sí fue adecuada para armarlo todas encajan”.</p> <p><b>E4:</b> “sí”, “por que el cuadro no es tan complicado”.</p> <p><b>E5:</b> “sí”, “porque fue lo primero que me imaginé acomodar una figura y poner una debajo de la figura.</p>	<p>La mayoría de los estudiantes validan la estrategia de acuerdo al resultado final, sin embargo, no realizan un análisis del procedimiento en términos del tiempo de construcción y las rotaciones que tuvieron que hacer. (De Guzmán, 1995) afirma:</p> <p>“Trata de entender no sólo que la solución es válida, sino también por qué los elementos de la solución se compenetran del modo que lo hace para llegar dar la solución. Mira si todo ello se puede hacer de manera más simple. Esto te capacitará para llegar a ser capaz de resolver problemas semejantes y más difíciles” (p. 221)</p>
<p>d. Realice un dibujo del cuadrado terminado.</p>	<p><b>E1:</b> </p> <p><b>E2:</b> </p> <p><b>E3:</b> </p>	<p>En esta situación, al parecer, todos los estudiantes logran realizar la tarea, la evidencia son los esquemas que presentan. En relación, De Guzmán, (1995), advierte:</p> <p>“...es muy aconsejable, a fin de dar con buenas ideas que te sirvan para resolver tu problema,</p>

	<b>E4:</b> 	que esquematice y dibuje, incluso que pinte en colores, si eso te ayuda, que a veces como verás ayuda mucho, los elementos que aparecen en la situación que estudias.” (p. 168)
	<b>E5:</b> 	
e. ¿Por qué cree que la respuesta que obtuvo es la correcta	<p><b>E1:</b> “sí porque la figura da un cuadro”.</p> <p><b>E2:</b> “porque la yse sin copiarme”.</p> <p><b>E3:</b> “porque la hice igual con los papelitos”.</p> <p><b>E4:</b> “por que las respuestas estaban fáciles”.</p> <p><b>E5:</b> “porque arme el cuadro y lei”.</p>	Se observa que los estudiantes, están acostumbrados a hacer una valoración del resultado, más no un recorrido por las fortalezas y debilidades que tuvieron a la hora de afrontar la solución de la actividad.
<b>Problema 3:</b> Un grupo de amigos fue a un parque de diversiones. En el parque compraron dos bolsas de dulces que repartieron en partes iguales. Si cada uno recibió dos de tres partes de bolsa de dulces.		
SITUACIÓN Y/O PREGUNTA	RESPUESTAS (EVIDENCIAS)	ANÁLISIS

Describe detalladamente, los pasos o la secuencia que llevará a cabo para repartir en partes iguales las dos bolsas de dulces.	<p><b>E1:</b> “leer el problema, piensa bien, tranquilizarse”</p> <p><b>E2:</b> “tiene que contar y traer los dulces, contar los dulces, comprarlos y comerlos”</p> <p><b>E3:</b> “todos la repartieron en dos de tres bolsas o sea de a 3 dulces repartieron”.</p> <p><b>E4:</b> “debe repartir 6 dulces para cada uno”.</p> <p><b>E5:</b> “sacar los dulces, dar uno por uno, partir el que sobró y las 2 mitades entre las 2 bolsas”</p>	En esta tercera actividad, los estudiantes (E1, E2 y E5) siguen una secuencia de pasos para abordar el problema, E3 y E4 realizan afirmaciones de procedimiento, sin contar con ningún tipo de plan, sin embargo, al igual que el problema anterior no se tiene un camino claro a seguir, pues las afirmaciones no permiten establecer las acciones antes de resolver la situación, pareciera ser que persiste la carencia de un proceso de planeación.
Menciona ¿cuáles fueron las dificultades que tuvo para repartir los dulces?	<p><b>E1:</b> “no tuve dificultades”.</p> <p><b>E2:</b> “que caci no la entiendo”.</p> <p><b>E3:</b> “repartirlos de a tres todos”.</p>	Al igual que las actividades anteriores parece persistir las dificultades en la falta de comprensión lectora, impidiendo la realización de los problemas. E1 y E4, no manifiestan haber tenido dificultades, sin embargo, al indagar por la cantidad de amigos que fueron al parque, es

	<p><b>E4:</b> “no tuve ni una dificultades”.</p> <p><b>E5:</b> “contarlos y saber que abia que partir en 1 tersio”.</p>	evidente en la discrepancia de sus respuestas, la falta de comprensión. La mayor dificultad antes de resolver la situación, se les presentó por no haber determinado primero la cantidad de dulces que poseían las bolsas.
c. ¿Considera que la estrategia que utilizó para repartir los dulces fue adecuada?	<p><b>E1:</b> “sí”, “porque leí bien”.</p> <p><b>E2:</b> “sí”, “repartirlo en uno en uno”.</p> <p><b>E3:</b> “sí”, “fue adecuada porque pensé”.</p> <p><b>E4:</b> “sí”. “por que para cada uno fueron 6 dulces”.</p> <p><b>E5:</b> “sí”, “fue lo mas facil adicionando”.</p>	<p>Se percibe la validación de la estrategia en términos de comprensión y de procedimiento. E2, E4 y E5 realizaron repartos equitativos para encontrar la solución a la pregunta planteada, como lo mencionan Buitrago y García (2012), los estudiantes son incapaces de describir o explicar las acciones de verificación que realizan para seguir la estrategia propuesta, a pesar de su uso evidente.</p> <p>De acuerdo a lo anterior, De Guzmán (1995), anota: “... hay que compararlo con las que consideramos formas eficaces de proceder, a fin de determinar si se ajusta a ellas convenientemente, por el contrario, se ha actuado de forma desacertada en alguna ocasión”, esto refiriéndose a la utilización de la estrategia adecuada.</p>
d. Esquematice la repartición que realizó.	<p><b>E1:</b></p>  <p><b>E2:</b></p> 	<p>Se observa en los esquemas que los estudiantes escriben las respuestas de forma natural, se apoyan en su intuición y percepción para plasmar la repartición que realizaron. En los</p>

	 <p><b>E3:</b></p>  <p><b>E4:</b></p>  <p><b>E5:</b></p>	<p>estudiantes E1, E2, E3 y E4, no se logra identificar un procedimiento operacional que permita llegar a una respuesta, sin embargo, E5, por el contrario, logra demostrar con su gráfico la repartición realizada, la cantidad de dulces que va organizando en cada grupo y por consiguiente determinar la cantidad de amigos que fueron a parque.</p>
<p>e. ¿Cuántos amigos fueron al parque?</p> <p>¿Por qué cree que la respuesta que obtuvo es la correcta?</p>	<p><b>E1:</b> “8 amigos”, “por que si”.</p> <p><b>E2:</b> “fueron 6 amigos”, “porque la ise sin copia”.</p> <p><b>E3:</b> “fueron 8”, “por la cantidad de dulces”</p> <p><b>E4:</b> “fueron 2 amigos”, “porque las preguntas eran fáciles”.</p> <p><b>E5:</b> “3 amigos”, “porque lei y adicione”.</p>	<p>Solo E5 logró encontrar la cantidad de amigos que fueron al parque, de acuerdo a la situación inicial. Es posible que los demás estudiantes se limitaran a la repartición de los dulces sin tener en cuenta “que cada uno recibió dos de tres partes de bolsa de dulces”.</p> <p>Se evidencia claramente la falta de revisar el proceso, en busca de examinar a fondo el camino seguido, no solo para verificar las respuestas, sino también buscando otros caminos más simples.</p>

Fuente: Elaboración propia



#### 4.1.1 Análisis integral del momento uno (Ubicación)

En este primer momento sólo se tiene en cuenta la indagación de las ideas previas y los obstáculos presentes en la resolución de problemas asociados al aprendizaje del concepto de fracción

La mayoría de los educandos, identifica el problema, pero no hay definición y menos comprensión del mismo, no es evidente la selección de una estrategia clara, por ende, no hay ni seguimiento, ni verificación y ni mucho menos replanteamiento que permita tomar posición frente a la puesta en marcha de la estrategia.

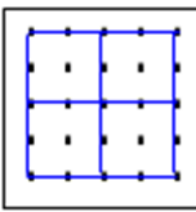



Se evidencia claramente que no hay un proceso de planeación secuencial, por lo que se están realizando las actividades propuestas de forma inapropiada, esto origina un desorden en la ejecución de los procesos. Es necesario estimular la creación de un camino a seguir para resolver problemas.

#### 4.2 MOMENTO DOS (DESUBICACIÓN)

El momento de ubicación reveló algunos hallazgos, a partir de ellos, se les instruyó en el modelo de resolución de problemas propuesto por Miguel de Guzmán, interiorizando el desarrollo de habilidades de regulación metacognitiva a partir de procesos de planeación, monitoreo y evaluación.

Se aplicó el instrumento dos, llamado “Representación de fracciones”, el cuál comprendió la resolución de cuatro problemas que involucran al concepto de fracción de acuerdo a los significados de; parte-todo, medida y operador, desde ámbitos continuos o discretos y su representación pictórica y simbólica. Buscando de esta forma abordar la solución de los obstáculos epistemológicos presentados por los estudiantes, en el primer instrumento.

Tabla 3. Instrumento 2. (Representación de fracciones)

<p><b>Problema 1. “Haciendo Cuartos”</b></p> <p>Ahora se trata de buscar todas las formas de dividir el geoplano completo en 4 partes de igual cantidad cada una.</p> <p>Cada vez que se encuentra una solución, se registra en papel de puntos.</p> <p>Los estudiantes trabajan en forma individual. Cada vez que uno encuentra una solución la compara con las encontradas por el resto de su grupo para ir avanzando en nuevas soluciones.</p> <p>A medida que buscas las formas contesta las siguientes preguntas:</p>	
<p><b>Problema 2.</b> Darío se encuentra con el grupo de personas de la ruta escolar, como se muestra en la imagen.</p> <p>¿Qué fracción del total de personas del grupo representan los niños?</p>	
<p><b>Problema 3.</b> Mauricio debe llenar una botella de agua que tiene capacidad de 3 litros con un envase de <math>\frac{1}{4}</math> de litro. ¿Cuántas veces deberá utilizar el envase para llenar la botella?</p>	
<p><b>Problema 4.</b> Tu cuerpo es fuente de bienestar. Por ello, debes cuidarlo y conocerlo por dentro y por fuera.</p> <p>Algunas proporciones que se establecen en el cuerpo son:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• La cabeza, desde la barbilla hasta la coronilla, mide la octava parte de todo tu cuerpo.</li> <li>• Del mentón hasta la base de la nariz, mide una tercera parte del rostro.</li> <li>• El pie equivale a un sexto de la altura del cuerpo.</li> </ul> <p>Mide las partes de tu cuerpo que consideres necesarias para comprobar estas proporciones y compáralas con las medidas de tus compañeros.</p>	
	<p>RESPUESTAS (EVIDENCIAS)</p>

SITUACIÓN Y/O PREGUNTA	Problema 1	Problema 2	Problema 3	Problema 4
¿Qué debe hallar?	<p><b>E1:</b> “debo ollar el geoplano con todas las figuras departes iguales”</p> <p><b>E2:</b> “Debo hallar alguna figura”</p> <p><b>E3:</b> “Debemos hallar la solución de 4 partes”</p> <p><b>E4:</b> “Debo hallar las fraciones”</p> <p><b>E5:</b> “Familiarización con el problema”</p>	<p><b>E1:</b> “debo allar una fraccion”</p> <p><b>E2:</b> “debo leer porque necesito el problema”</p> <p><b>E3:</b> “debo hallar la respuesta de la fracción del total de personas”</p> <p><b>E4:</b> “debe hallar las figuras”</p> <p><b>E5:</b> “que fracción del total de personas del gupo represento los niños”</p>	<p><b>E1:</b> “cuantas botellas de gaseosa de <math>\frac{1}{4}</math> litros para llenar el enbase de 3 litros”</p> <p><b>E2:</b> “¿cuantas veces deberá utilizar el envase para llenar la botella?”</p> <p><b>E3:</b> “maurisio debe allar cuantas veces deberá utilizar el envaze para llenar la botella”</p> <p><b>E4:</b> “debe hallar las respuestas”</p> <p><b>E5:</b> “cuantas veces deberá utilizar el envase para llenar la botella”</p>	<p><b>E1:</b> “debo allar cuanto mido”</p> <p><b>E2:</b> “Tu cuerpo es fuente de bienestar. Por ello, debes cuidarlo y conocerlo por dentro y por fuera”</p> <p><b>E3:</b> “debo medir desde la cabeza y desde la barbilla”</p> <p><b>E4:</b> “debe hallar las medida de nosotras”</p> <p><b>E5:</b> “las preguntas anteriores”</p>

¿Qué información de la que le suministran va a usar?		<b>E1:</b> “cualquiera” <b>E2:</b> “debo usar las tapas para saber cuales son las personas” <b>E3:</b> “para resolver el problema necesito tapas” <b>E4:</b> “va usar figuras” <b>E5:</b> “la lectura del problema”	<b>E1:</b> “Cualquier” <b>E2:</b> “una botella” <b>E3:</b> “un cuarto y 3 litros” <b>E4:</b> “va usar la fracción” <b>E5:</b> “la lectura del problema”	<b>E1:</b> “cualquiera” <b>E2:</b> “Algunas proporciones que se establecen el cuerpo” <b>E3:</b> “voy a utilizar para leer donde están las respuestas” <b>E4:</b> “va usar cuanta medimos nosotras” <b>E5:</b> “la medida”
¿Qué conocimientos puedes utilizar para resolver el problema?		<b>E1:</b> “nose” <b>E2:</b> “utiliza las tapas para saber el problema” <b>E3:</b> “debo sumar y restar por que para resolver las respuestas” <b>E4:</b> “puedo usar sumas/pensar/re alizar” <b>E5:</b> “las preguntas y la	<b>E1:</b> “cualquier” <b>E2:</b> “Mauricio debe llenar” <b>E3:</b> “sumas restas multiplicaciones reparticiones” <b>E4:</b> “puede restar/sumar/multiplicar” <b>E5:</b> “sumando los cuartos asta y enar la botella de 3 litros”	<b>E1:</b> “cualquier” <b>E2:</b> “La cabeza, desde la barbilla hasta la coronilla, mide la octava parte de todo tu cuerpo” <b>E3:</b> “ese conocimiento que es medirse” <b>E4:</b> “puede usar sumar/restar/multiplicar”

		lectura del problema”		<b>E5:</b> “la medición”
Elabora una lista de pasos a seguir para solucionar el problema.	<b>E1:</b> “imaginarse” “aserrlo” “ler bien” <b>E2:</b> “Familiarización con el problema” “Busqueda y selección de una estrategia apropiada” “Puesta en marcha de la estrategia” “reflexión acerca del camino seguido” <b>E3:</b> “Familiarización con el problema” “Busqueda y	<b>E1:</b> “pensar” “ler” “usar estrategias” “aserlo” <b>E2:</b> “Familiarización con el problema” “Busqueda y selección de una estrategia apropiada” “Puesta en marcha de la estrategia” “reflexión acerca del camino seguido” <b>E3:</b> “Familiarización con el problema” “Busqueda y selección de una	<b>E1:</b> “Leer” “pensar” “aserlo” <b>E2:</b> “Familiarización con el problema” “Busqueda y selección de una estrategia apropiada” “Puesta en marcha de la estrategia” “Reflexión acerca del camino seguido” <b>E3:</b> “momento dos (medida) <b>E4:</b> “1 uno lee y entiende” “2 respondo las preguntas”	<b>E1:</b> “leer” <b>E2:</b> “familiarización del problema” “Busqueda del problema” “que debe allar” “Operador” <b>E3:</b> “leer y entender el problema” “como lo boy a resolver” “Resolberlo” “verificar si la respuesta que octuve es la correcta” <b>E4:</b> “1 leer las preguntas” “2 responder correctamente”

	elección de una estrategia apropiada” “Puesta en marcha de la estrategia” “reflexión acerca del camino seguido” <b>E4:</b> “yo solucione el problema con las figuras” <b>E5:</b> “Familiarización con el problema” “Busqueda y selección de una estrategia apropiada” “Puesta en marcha la estrategia” “Reflexión acerca el camino seguido”	estrategia apropiada” “Puesta en marcha de la estrategia” “reflexión acerca del camino seguido” <b>E4:</b> “1 utilize las tapas” <b>E5:</b> “Familiarización con el problema” “Busqueda y selección de una estrategia apropiada” “Puesta en marcha la estrategia” “Reflexión acerca el camino seguido”	<b>E5:</b> “Familiarización con el problema” “búsqueda de una buena estrategia” “poner en marcha la estrategia” “Responder la pregunta con la que comenzo el problema”	<b>E5:</b> “Familiarización con el problema” “Buscar una estrategia” “Puesta en marcha de la estrategia” “resolver el problema”
--	--	---	--	---


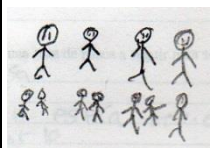


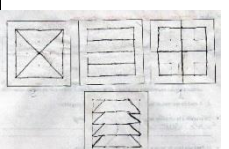
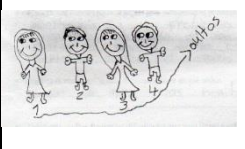
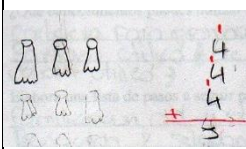
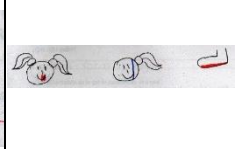
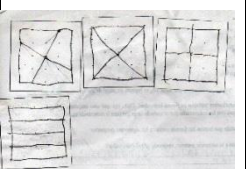

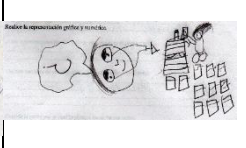

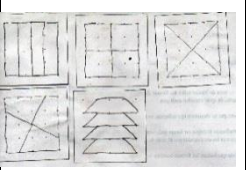
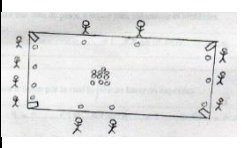
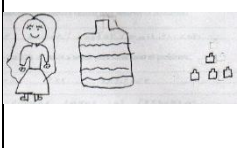
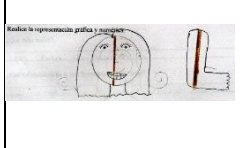
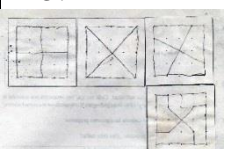
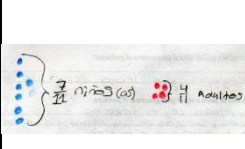
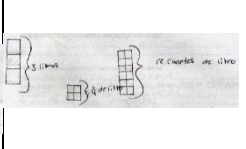
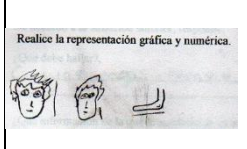
Explica la razón por la cual lo piensas hacer en ese orden.	<b>E1:</b> “nose” <b>E2:</b> “porque se mira mas bonito y ordenado” <b>E3:</b> “pues porque necesito resolver el problema” <b>E4:</b> “por que ese orden es adecuado” <b>E5:</b> “debo leer para buscar la estrategia”	<b>E1:</b> “porque es lomejor” <b>E2:</b> “utilizando las tapas por cual me voy guiando así” <b>E3:</b> “familiarización del problema me ayuda a resolverlos” <b>E4:</b> “por que el orden correcto” <b>E5:</b> “porque hay que leer para seleccionar la estrategia”	<b>E1:</b> “por que es lo mejor” <b>E2:</b> “porque o hice sin copiarme” <b>E3:</b> “porque las respuestas están en la hoja no me las invente” <b>E4:</b> “porque ese orden muy adecuado para responder” <b>E5:</b> “para entenderlo y luego responder todo el problema”	<b>E1:</b> “porque es lo mejor” <b>E2:</b> “porque se mira más bonito y ordenado” <b>E3:</b> “porque lo quiero leer” <b>E4:</b> “por es el orden adecuado” <b>E5:</b> “para entender el problema y solucionarlo”
¿Qué estrategia puede usar para resolver la situación? (Hacer un dibujo, un modelo, etc.).		<b>E1:</b> “cualquier estrategia” <b>E2:</b> Utilizando las tapas me voy guiando y por eso resuelvo los problemas” <b>E3:</b> “Representar los adultos con	<b>E1:</b> “un dibujo” <b>E2:</b> “hacer un dibujo” <b>E3:</b> No hay respuesta <b>E4:</b> “puede usar botellas/piedras/papel” <b>E5:</b> “multiplicar los cuartos asta	<b>E1:</b> “cualquiera” <b>E2:</b> “Un dibujo” <b>E3:</b> “la cauya y ramitas” <b>E4:</b> “puede usar piedras/lana/un metro” <b>E5:</b> “la medición”

		tapas y los niños” <b>E4:</b> “puede usar tapas/papel/piedras” <b>E5:</b> “representando los niños con tapas de color azul y los adultos con rojas”	y enar la botella de 3 litros”	
¿Cómo puede resolver el problema?		<b>E1:</b> “lendo bien” <b>E2:</b> “utilizando las tapas se cuántos son las personas o las familias o los niños” <b>E3:</b> “4 tapas representan 4 adultos 7 tapas representan 7 niños” <b>E4:</b> “yo las respondo lendo”	<b>E1:</b> “Dibujandola” <b>E2:</b> “entenderlo muy bien” <b>E3:</b> No hay respuesta <b>E4:</b> “puedo responder lei y respondi” <b>E5:</b> “sumando los cuartos de agua y y enar los 3 litros”	<b>E1:</b> “nose” <b>E2:</b> “leer y entender el problema” <b>E3:</b> “leyendo y todo lo demás” <b>E4:</b> “lei y entendí y respondi todo” <b>E5:</b> “midiendo”



		<b>E5:</b> “poniendo en marcha la estrategia”		
Menciona ¿cuáles fueron las dificultades que tuviste para llevar a cabo su plan y cómo las superó?	<b>E1:</b> “no tube” <b>E2:</b> “casi no puedo hacer figura que mi amigo hablaba mucho” <b>E3:</b> “fue hacer las figuras con los cauchos” <b>E4:</b> “yo no tube ni una dificultad con las figuras y fue adecuada” <b>E5:</b> “mis compañeros y las preguntas”	<b>E1:</b> “mis 3 coopañeros memolestaro” <b>E2:</b> “yo no tube dificultades” <b>E3:</b> “no entendía algunas palabras y algunas preguntas, para preguntarle al profesor” <b>E4:</b> “yo no tube ni una dificultad y fue adecuada” <b>E5:</b> “no entendí unas preguntas” “preguntándole al profesor”	<b>E1:</b> “notube” <b>E2:</b> “que casi no entendia la cuarta pregunta y mis compañeros ablan mucho” <b>E3:</b> No hay respuesta <b>E4:</b> “yo no tube ni una dificultad y fue adecuado” <b>E5:</b> “Realizar la representación gráfica y numérica” “tranquilizándome”	<b>E1:</b> “notu be” <b>E2:</b> “que mis amigas hacen mucha vuya” <b>E3:</b> “lo de la cauya y el maestro me esplico algunas preguntas” <b>E4:</b> “no tube ni una dificultad y fue adecuado” <b>E5:</b> “realizar la representación numérica y gráfica”
¿Considera que la estrategia utilizada fue adecuada?	<b>E1:</b> “si” “por que pense vien” <b>E2:</b> “porque la hice sin dificultades”	<b>E1:</b> “si” “porque ley bien” <b>E2:</b> “si” “porque pude hacer con las tapas a los	<b>E1:</b> “por que pienso que lo ise vien” <b>E2:</b> “si” “porque yo mire el problema y se	<b>E1:</b> “si” “porque es lo mejor” <b>E2:</b> “si” “porque lo entendí muy bien”

SI ____ NO _____. Justifica tu respuesta.	<b>E3:</b> “si” No hay justificación. <b>E4:</b> “si” “si utilice adecuado por que todo es fácil” <b>E5:</b> “si” “porque fui ordenado”	niños o los adultos” <b>E3:</b> “si” “no entendía algunas palabras y el maestro me explico” <b>E4:</b> “si” “si por que todo es fácil” <b>E5:</b> “si” “porque fuy ordenado”	trataba de unas botellas de gaseosa” <b>E3:</b> No hay respuesta <b>E4:</b> “si” “porque uno lee y entiende las preguntas” <b>E5:</b> “si” No hay justificación.	<b>E3:</b> “si” “porque asi me gusta” <b>E4:</b> “si” “porque fue muy fácil si uno lee las preguntas” <b>E5:</b> “si” “porque medi”
¿Por qué cree que la respuesta que obtuvo es la correcta? Justifica tu respuesta.	<b>E1:</b> “por que si” <b>E2:</b> “porque me fui guiando por las figuras” <b>E3:</b> “porque mi profe me dijo” <b>E4:</b> “por que uno lei entiende y escribe la respuesta de las preguntas” <b>E5:</b> “porque lei y pensé”	<b>E1:</b> “porque si” <b>E2:</b> “por que utilice las tapas para resolver” <b>E3:</b> “porque los dibuje y los pinte la representación con tapas” <b>E4:</b> “por que lei entendí y poretoso que lo que respondi esta correcta” <b>E5:</b> “porque reflexione	<b>E1:</b> “por que me quedo bien” <b>E2:</b> “porque lo hice sin copia” <b>E3:</b> No hay respuesta <b>E4:</b> “por que lei entendí y respondi” <b>E5:</b> “porque sume con tranquilidad”	<b>E1:</b> “por que es lo mejor” <b>E2:</b> “porque lo ley muy bien” <b>E3:</b> “porque después de aber medido con la cauya comprobé las cantidades” <b>E4:</b> “por que lei entendí y respondi” <b>E5:</b> “por que medi”

		acerca del camino seguido”		
Representaciones encontradas	E1: 			
	E2: 			
	E3: 			
				
	E4: E5: 			
¿Qué otra estrategia puede usar?		E1: “nose” E2: “también con piedritas con hojas con cauchitos”	E1: “cualquiera” E2: “hacer una botella de agua grande”	E1: “cualquier” E2: “una lana” E3: “lana papel palos” E4: “no hay mas estrategias”

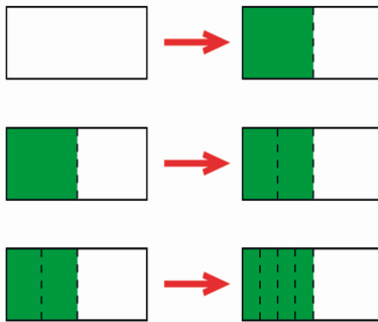

		<b>E3:</b> “con hojas con piedras” <b>E4:</b> “puede usar restar/dividir/multiplicar” <b>E5:</b> “representando lo niños con tapas”	<b>E3:</b> No hay respuesta <b>E4:</b> “puede usar tapas/etc.” <b>E5:</b> “multiplicando”	<b>E5:</b> No hay respuesta
Preguntas de corte cognitivo				
Problema 2				
¿Qué fracción del total de personas del grupo representan los niños?	<b>E1:</b> “son en total 7/11 personas en la imagen” <b>E2:</b> No hay respuesta <b>E3:</b> “la fracción que representa el total de niños es siete onseavos 7/11” <b>E4:</b> No hay respuesta <b>E5:</b> “los niños representan 7/11 y adultos 4/11”			
Problema 3				
¿Cuántas veces deberá utilizar el envase para llenar la botella?	<b>E1:</b> “con diez botellitas de $\frac{1}{4}$ litro” <b>E2:</b> “un $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ hice” <b>E3:</b> “Mauricio debe llenarlo con 12 envases” <b>E4:</b> “tiene que usar para llenar la votella 4/3 litros de media botella de agua” <b>E5:</b> “12 veces debe utilizar la botella de $\frac{1}{4}$ de litro”			

Fuente: Elaboración propia

Posteriormente se aplicaron los instrumentos tres y cuatro, que también involucran al concepto de fracción, esta vez desde la equivalencia y comparación de fracciones, aplicando la heurística de resolución de problemas de Miguel de Guzmán, y la vinculación de estrategias de regulación metacognitiva; de planeación, monitoreo y evaluación para resolver problemas.

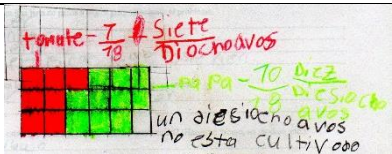
En la siguiente tabla se agrupa un problema de cada uno de los instrumentos mencionados, para su respectivo análisis.

Tabla 4. Instrumento 3 y 4. (Equivalencia y comparación de fracciones)

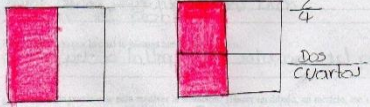
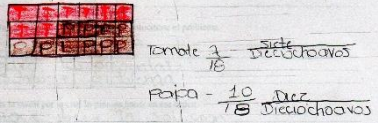
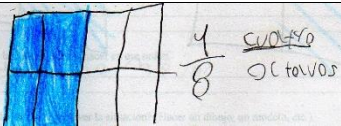
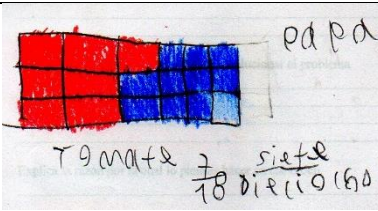
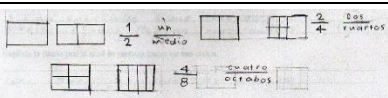
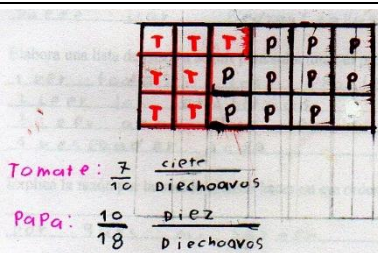
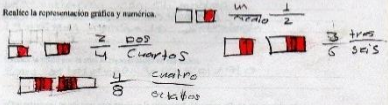
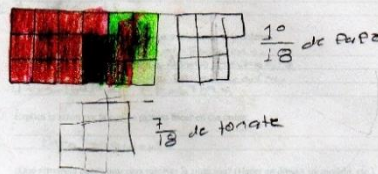
<p><b>Problema 5.</b> (Trabajo en parejas)</p> <p>Comprueba que tu compañero haya doblado la tira de papel correctamente.</p> <p>Paso 1: Cada niño dobla una tira de papel en dos mitades. Colorea una de las mitades.</p> <p>Paso 2: Usa la misma tira de papel doblada. Dobla cada mitad en dos partes iguales.</p> <p>¿Qué fracción de papel tiene color?</p> <p>Paso 3: Usa la misma tira de papel. Dobla cada cuarto en dos partes iguales.</p> <p>¿Qué fracción de papel tiene color?</p>		
		
<p><b>Problema 6.</b> En un terreno de forma rectangular, <math>\frac{7}{18}</math> del total están destinados a cultivo del tomate y <math>\frac{10}{18}</math> al cultivo de papa. ¿Cuál de los dos cultivos ocupa la mayor parte del terreno?</p>		
		
SITUACIÓN	RESPUESTAS (EVIDENCIAS)	
Y/O PREGUNTA	Problema 5	Problema 6
¿Qué debe hallar?	<p><b>E1:</b> “que fracción de papel tiene color”</p> <p><b>E2:</b> “¿Qué fracción de papel tiene color?”</p>	<p><b>E1:</b> “cual de los dos cultivos ocupas mas terreno”</p> <p><b>E2:</b> “¿cuál de los dos cultivos ocupa la mayor parte del terreno?”</p>

	<p><b>E3:</b> “que fracción de papel tiene color”</p> <p><b>E4:</b> “la fracción en un medio y en un cuarto <math>\frac{1}{4}</math>”</p> <p><b>E5:</b> “la fracción de papel que debo colorear”</p>	<p><b>E3:</b> “cual de los dos cultivos ocupa la mayor parte del terreno”</p> <p><b>E4:</b> “debe hallar el terreno rectangular”</p> <p><b>E5:</b> “cual de los cultivos ocupa mas terreno”</p>
¿Qué información de la que le suministran va a usar?	<p><b>E1:</b> “las instrucciones y los dibujos”</p> <p><b>E2:</b> “comprueba que tu compañero haya doblado la tira de papel correctamente”</p> <p><b>E3:</b> “me sirven los dibujos y la información”</p> <p><b>E4:</b> “va a usar el papel para doblarlo”</p> <p><b>E5:</b> “los dibujos y las instrucciones”</p>	<p><b>E1:</b> “las fracciones”</p> <p><b>E2:</b> “ que la parte de tomate ocupa <math>\frac{7}{18}</math> de terreno y la papa ocupa <math>\frac{10}{18}</math> de terreno”</p> <p><b>E3:</b> “<math>\frac{7}{18}</math> avos del total esta en tomate”</p> <p><b>E4:</b> “va usar el terreno de los tomates <math>\frac{7}{18}</math>”</p> <p><b>E5:</b> “<math>\frac{10}{18}</math> P y <math>\frac{7}{18}</math> T”</p>
¿Qué conocimientos puedes utilizar para resolver el problema?	<p><b>E1:</b> “Doblar”</p> <p><b>E2:</b> “sumar, dividir, prestar”</p> <p><b>E3:</b> “pensar dibujar escribir”</p> <p><b>E4:</b> “puede usar sumas/restas/multiplicar”</p> <p><b>E5:</b> “la fracción”</p>	<p><b>E1:</b> “suma”</p> <p><b>E2:</b> “ una fracción”</p> <p><b>E3:</b> “repartir, dividir”</p> <p><b>E4:</b> “puede usar sumar/restar/multiplicar”</p> <p><b>E5:</b> “Fracción”</p>
Elabora una lista de pasos a seguir para solucionar el problema.	<p><b>E1:</b> “leer” “pensar” “aserlo” “verificar que este bien”</p> <p><b>E2:</b> “leer el problema” “resolver las preguntas” “mirar las preguntas estén bien” “resolver el problema”</p>	<p><b>E1:</b> “leer” “aserlo” “pensar” “verificar que este vien”</p> <p><b>E2:</b> “primero hice el dibujo” “conteste las preguntas” “leer el problema” “responder el problema”</p>

	<p><b>E3:</b> “Leer y entender el problema” “como lo voy a resolver” “resolverlo” “verificar si la que octuvo es correcta”</p> <p><b>E4:</b> “”mirar todos los problemas” “ler y entender los problema” “si no entiende sigue leyendo” “resolver los problemas”</p> <p><b>E5:</b> “Familiarización con el problema” “búsqueda de una buena estrategia” “puesta en marcha de la estrategia” “resolver el problema”</p>	<p><b>E3:</b> “leer y entender el problema” “plantear una estrategia” “resolver el problema” “verificar la solución”</p> <p><b>E4:</b> “ver todos los problemas” “leer todos los problemas” “seguir leyendo si no entiendes asta que entienda” “responder todo cuando entienda los problemas”</p> <p><b>E5:</b> “Familiarización con el problema” “búsqueda de una buena estrategia” “puesta en marcha de la estrategia” “resolver el problema”</p>
Explica la razón por la cual lo piensas hacer en ese orden.	<p><b>E1:</b> “por que es lo mejor”</p> <p><b>E2:</b> “porque puedo hayarar la solución del problema”</p> <p><b>E3:</b> “la voy a hacer en ese orden”</p> <p><b>E4:</b> “por que es muy adecuado ese orden”</p> <p><b>E5:</b> “para entender el problema y resolverlo”</p>	<p><b>E1:</b> “por que es lo mejor”</p> <p><b>E2:</b> “porque hace la solución del problema”</p> <p><b>E3:</b> “por que es bueno”</p> <p><b>E4:</b> “por que ese orden es adecuado”</p> <p><b>E5:</b> “para entenderlo”</p>
¿Qué estrategia puede usar para resolver la situación? (Hacer un dibujo, un modelo, etc.).	<p><b>E1:</b> “aser un dibujo”</p> <p><b>E2:</b> “un dibujo y una fracción”</p> <p><b>E3:</b> “utilizar un papel para doblarlo 4 veces”</p> <p><b>E4:</b> “puede usar papel/piedras/tapas”</p> <p><b>E5:</b> “representación de los dibujos con papeles, representación numérica y la ultima pregunta”</p>	<p><b>E1:</b> “Un dibujo”</p> <p><b>E2:</b> “un dibujo”</p> <p><b>E3:</b> “sumar, restar pintar”</p> <p><b>E4:</b> “puede usar palos/hojas/flores”</p> <p><b>E5:</b> “representan los cultivos con dibujos”</p>

¿Cómo puede resolver el problema?	<b>E1:</b> “con los pasos” <b>E2:</b> “leer y entender el problema” <b>E3:</b> “leyendo escribiendo y pensando” <b>E4:</b> “leyendo y entendiendo los problemas” <b>E5:</b> “con fracciones”	<b>E1:</b> No hay respuesta <b>E2:</b> “con una fracción y necesito leer” <b>E3:</b> “nose” <b>E4:</b> “correspondiendo un rectángulo que representa 7 tomates y 10 papas que cultibaron” <b>E5:</b> “dibujándolo”
Menciona ¿cuáles fueron las dificultades que tuviste para llevar a cabo su plan y cómo las superó?	<b>E1:</b> “no tube” <b>E2:</b> “que mis compañeros hablan mucho y no puedo concentrarme” <b>E3:</b> “mis dificultades no tengo” <b>E4:</b> “yo notube ni una dificultad y fue adecuado” <b>E5:</b> “responder esta pregunta”	<b>E1:</b> “no tube” <b>E2:</b> “Que mis amigos ablan mucho” <b>E3:</b> “no entendia como comenzar, el maestro me enseñó” <b>E4:</b> “no tube ni una dificultad y fue muy adecuado” <b>E5:</b> “el dibujo, representación gráfica”
¿Considera que la estrategia utilizada fue adecuada?  SI ____ NO ____. Justifica tu respuesta.	<b>E1:</b> “si” “porque es lo mejor” <b>E2:</b> “porque hicimos la estrategia que dice el problema” <b>E3:</b> “si” No hay Justificación. <b>E4:</b> “si” “por que leyendo y entendiendo los problemas” <b>E5:</b> “si” No hay Justificación.	<b>E1:</b> “por que leo y se vien” <b>E2:</b> “si” “porque me alla la solución de problema” <b>E3:</b> “si” “todo lo hice sencillo” <b>E4:</b> “si” “por que si uno lee le queda responder los problemas mas fácil” <b>E5:</b> “si” No hay Justificación.
Realice la representación	<b>E1:</b> 	



gráfica y numérica.	<p>E2:</p> 	
	<p>E3:</p> 	
	<p>E4:</p> 	
	<p>E5:</p> 	
¿Por qué cree que la respuesta que obtuvo es la correcta? Justifica tu respuesta.	<p><b>E1:</b> “por que lo yse bien”</p> <p><b>E2:</b> “porque lo hice sin copia y entendí las respuestas”</p> <p><b>E3:</b> “si porque el maestro me lo explicó”</p> <p><b>E4:</b> “por que lei entendí y respondi todo”</p>	<p><b>E1:</b> “por que lo ise vien”</p> <p><b>E2:</b> “porque la hice sin copia”</p> <p><b>E3:</b> “porque lei y el docente me enseñó”</p> <p><b>E4:</b> “por que ley y entendí los problemas”</p> <p><b>E5:</b> “porque pense”</p>

	<b>E5:</b> “por que use las fracciones”	
¿Qué otra estrategia puede usar?	<b>E1:</b> “cual quiera por que hay muchas” <b>E2:</b> “un dibujo” <b>E3:</b> “utilizando hojitas de papel” <b>E4:</b> “nada mas se puede usar” <b>E5:</b> “con piedras”	<b>E1:</b> “muchas” <b>E2:</b> “una fracción” <b>E3:</b> “no se” <b>E4:</b> “si hay mas estrategia y dividirlo en 18 partes iguales” <b>E5:</b> “con vegetales”
Preguntas de corte cognitivo		
¿Cuál de los dos cultivos ocupa la mayor parte del terreno?		<b>E1:</b> “el cultivo de papa ocupa más terreno” <b>E2:</b> “tomate 7/18 de papa 10/18” <b>E3:</b> “el de papa gastó mas terreno” <b>E4:</b> “la papa oculta mas espasio quel tomate” <b>E5:</b> “el de papa utiliza más espacio”

Fuente: Elaboración propia

#### 4.2.1 Categoría resolución de problemas

Subcategoría heurística de resolución de problemas (Miguel De Guzmán)

Familiarización con el problema.

De acuerdo a las respuestas de los estudiantes en los diferentes problemas propuestos, se logra observar que, en la mayoría, no hay una comprensión clara de las situaciones presentadas, por ende, no logran identificar visiblemente lo que deben hallar. Cuando se indaga por la información que van a usar, suministran elementos de orden procedimental y dejan de lado los datos, sin hacer ningún tipo de relación, sin embargo, al ahondar en la

heurística, y en el trabajo con la resolución de problemas, vemos algunas relaciones en los estudiantes E1, E3 y E5 en el problema 5, y en casi todos en el problema 6.

La escogencia de los conocimientos que piensan utilizar para resolver los problemas, se manifiesta casi siempre de manera arbitraria, valga como ejemplo: “puede usar sumar/restar/multiplicar”, sin tener conciencia alguna del contexto ni de la utilidad dentro de la resolución de los problemas planteados. No obstante, E3 y E5 muestran alguna relación de conocimientos necesarios, en términos mucho más conocidos por ellos, para resolver las situaciones.

E2 y E5 se limitan a hacer transcripción de lo vivenciado en los procesos de ilustración de la heurística de Miguel de Guzmán, abordada en sesiones anteriores. En cambio, E1, E3 y E4, muestran una mayor comprensión y entendimiento con respecto a los pasos a seguir para solucionar el problema. Ahora bien, los estudiantes no explican la razón de la escogencia de los pasos y mucho menos su orden, solo, E5 afirma “para entender el problema y resolverlo”, pero aún así, al parecer no hay conciencia de ello.

De acuerdo con de Guzmán (2007), en esta fase de familiarización con el problema, los estudiantes realizaron una manipulación autónoma que les permitió reconocer la información relevante, las dificultades que presentaba el problema y llevar a cabo un análisis de su estructura, con el fin de revisar si ya se había trabajado un problema similar.

Búsqueda de una estrategia adecuada.

Al buscar los posibles modos o estrategias de resolver el problema, se observa en el estudiante E4, una predisposición a encontrar la solución de los problemas a través del ensayo y el error, experimentan a partir de la manipulación de objetos reales y material concreto. Bajo esta tesis de Guzmán (1995), manifiesta que “La experimentación, la observación, es una de las técnicas más fructíferas para el descubrimiento y para la

resolución de problemas. Resulta muy natural y fácil... La experimentación puede tomar diversas formas”. (p. 161)

El por su parte, basa sus estrategias de resolución en esquemas, dibujos y figuras que le permite hacer una abstracción de la representación gráfica del problema. A saber, de Guzmán (1995), asevera “Son muchos los problemas que se hacen muy transparentes cuando has logrado encontrar una representación adecuada de los elementos que en él intervienen. Pensamos mucho mejor con el apoyo de imágenes que con el de palabras, números, símbolos y fórmulas solamente”. (p. 169)

Asimismo, se puede afirmar que E2 y E3 se mueven entre estas estrategias de resolución de problemas. Por su parte E5 incorpora la representación simbólica y/o abstracta como otra estrategia en la resolución, de acuerdo con de Guzmán (1995) “Muchos problemas se enrevesan endiabladamente con una notación inadecuada y se vuelven transparentes como el agua en cuanto tomas los ejes adecuados, los nombres apropiados de los elementos... La notación más adecuada es la que se presta mejor a la expresión de las simetrías, la que expresa abreviadamente la función misma de los elementos que representa. Leibniz y Euler fueron los creadores de una gran parte de la notación que aún hoy usamos en matemáticas y, gracias a su adecuación a lo que querían representar, consiguieron hacer mucho más fáciles problemas complicados” (p. 179)

Aunque hay unas cuantas técnicas que permiten construir diversas estrategias en la resolución de problemas, los estudiantes (niños entre 7 y 9 años de edad), no las conocen debido tal vez a su poco o nulo acercamiento a ellas.

Puesta en marcha de la estrategia.

Cada uno de los estudiantes pusieron en marcha su estrategia de resolución, sin detenerse un momento a pensar otras alternativas, que pudieran por un camino más corto llegar a la respuesta. Al respecto Buitrago y García (2012), señala que los estudiantes son incapaces

de describir o explicar las acciones de verificación que realizan para seguir la estrategia propuesta, a pesar de su uso evidente.

En el segundo instrumento (problema 2), E1, E2 y E4 solo muestran representaciones simbólicas de la situación problema, con respecto a E3, además de la situación anterior, este plasma la cantidad de adultos y niños, sin notación racional adecuada. En contraste, E5 al parecer hace un tránsito por las diferentes representaciones y logra a través de la representación concreta y pictórica, hacer una abstracción que le permite indicar la notación racional que los problemas 2 y 3 pedía.

Ahora bien, a medida que se avanza en la ilustración de la heurística y la resolución de los problemas, se va adquiriendo mejores habilidades, en efecto, en la puesta en escena de los instrumentos 3 y 4, se observa una leve mejoría en la escritura de la notación racional que representa la solución de los problemas. Los estudiantes lograron encontrar una estrategia que les permitió llegar a la solución del problema, realizando el plan de acción que la estrategia requería (De Guzmán, 1995).

Reflexión acerca del camino seguido.

Los estudiantes luego de encontrar una manera de solucionar el problema, no realizan la búsqueda de una manera más simple para resolverlo, de hecho, de Guzmán (1995), referencia que, “Trata de entender no sólo que la solución es válida, sino también por qué los elementos de la solución se compenetran del modo que lo hace para llegar a la solución. Mira si todo ello se puede hacer de manera más simple. Esto te capacitará para llegar a ser capaz de resolver problemas semejantes y más difíciles”.

De acuerdo a las respuestas de tipo cognitivo de los problemas No. 2 y No. 3, se observa que E3 y E5 pudieron dar cuenta de la solución atendiendo el concepto de fracción en situaciones continuas y discontinuas y al parecer todos los estudiantes muestran dominio de la comparación de fracciones de acuerdo a los resultados del problema No. 6. Ahora bien,

para de Guzmán (1995), es mucho más importante tratar de hallar la solución, así no se encuentre la respuesta correcta, ya que este ejercicio consciente y metódico, le permitirá mejorar los procesos de pensamiento en la resolución de problemas.

Los estudiantes presentan la necesidad de consultar con una fuente externa que les permita superar las dificultades y hallar una solución acertada al problema. Al mismo tiempo, requieren la aprobación por parte del docente y/o de otro compañero, de cada una de las acciones que realizan.

A pesar de las dificultades presentadas, son muy pocos los estudiantes que reconocen que durante el desarrollo de las actividades se les presentaron obstáculos que fueron superados con el apoyo de sus compañeros o del docente.

#### 4.2.2 Categoría Estrategias Metacognitivas.

##### Subcategoría Planeación.

Para Brown, citada por Tamayo (2006), la planeación implica la selección de estrategias apropiadas y la localización de factores que afectan el rendimiento tales como la predicción, las estrategias de secuenciación y la distribución del tiempo o de la atención selectiva antes de realizar la tarea; es decir, consiste en anticipar las actividades, prever resultados y enumerar pasos.

A menos que se les solicite expresamente que enuncien los objetivos de aprendizaje que el estudiante se traza, es muy difícil determinar si estos coinciden con los propósitos que el docente formula al inicio de las sesiones de clase. De acuerdo con, Jorba y San Martí (1993) “si se quiere conseguir una enseñanza eficaz conviene que los estudiantes sean conscientes de lo que van a aprender y del porqué se proponen unas determinadas actividades para facilitar este aprendizaje” (p.10).

Al parecer, el objetivo pasa a un segundo plano, pues están mas motivados a validar las soluciones de los problemas, a partir, de la valoración numérica que obtengan por su desempeño, que el mejorar los procesos de pensamiento en la resolución de problemas.

De acuerdo a la pregunta ¿Qué conocimientos puedes utilizar para resolver el problema?, los estudiantes E3 y E4 manifiestan que utilizarán los algoritmos de la suma, la resta y la multiplicación en la mayoría de sus desarrollos, sin mostrar ninguna evidencia ni de qué, ni de como los piensan utilizar. Es posible que esto se deba a la interpretación que ellos le dan, cuando se hace la plenaria de la resolución de los problemas planteados.

Es de destacar que E5, utiliza la información suministrada en los problemas y la comprensión de los mismos, para traducirla en los conocimientos necesarios para abordar las posibles respuestas a las preguntas planteadas.

En el desarrollo de las diferentes sesiones, se observó que los estudiantes en la planeación, no tienen en cuenta, el tiempo necesario para abordar la solución de los problemas planteados, es probable que esta marcada tendencia, se deba en gran parte, a la inexistencia o poco trabajo con una heurística en resolución de problemas, casi siempre privilegiando la respuesta, y no tanto el proceso y las estrategias llevadas a cabo para su solución.

En cuanto a los recursos, es evidente el manejo del material concreto manipulable que utilizan los estudiantes para mejorar su percepción en la interpretación del problema, es de aclarar que, en todas las sesiones de clase, se utiliza material concreto para realimentar las diferentes soluciones que los estudiantes suministran a los problemas planteados.

Para los estudiantes, al principio, la búsqueda de una estrategia apropiada no era tan importante, su mayor preocupación se centraba en realizar las operaciones con los valores numéricos y/o las acciones que aparecían en el problema. Esta realidad fue cambiando a medida que se avanzaba en la implementación de la unidad didáctica.

Parece ser que, las representaciones pictóricas interpretadas a partir del material concreto, son en la mayoría de los casos, la estrategia a seguir para la resolución de los problemas de estos estudiantes, sin que verbalicen el paso a paso que van a seguir para encontrar la solución de los problemas.

Por su parte E5, manifiesta que es lo que va a hacer y con qué elementos o recursos cuenta, permitiendo observar un alto nivel de consciencia respecto a la estrategia que va a seguir en cada uno de los problemas planteados.

“Las representaciones e intentos por comprender el problema y diseñar una estrategia de resolución a partir de los conocimientos metacognitivos, hacen parte de la planeación como proceso de regulación metacognitiva. Dentro de tales acciones de planeación, se habla de las representaciones mentales que hacen los estudiantes del problema” (Kapa, (2002) citado por Buitrago y García, (2012).

Subcategoría Monitoreo.

El monitoreo se refiere a la posibilidad que se tiene, en el momento de realizar la tarea, de comprender y modificar su ejecución, por ejemplo, realizar auto-evaluaciones durante el aprendizaje, para verificar, rectificar y revisar las estrategias seguidas. (Brown 1897), citada por Tamayo (2006).

De acuerdo con las respuestas de los estudiantes, es notable, que no realizan ningún tipo de seguimiento o verificación del plan trazado para la solución del problema (subrayar, hacer un “chulo”, etc.). A propósito, Buitrago y García (2012), señala que los estudiantes son incapaces de describir o explicar las acciones de verificación que realizan para seguir la estrategia propuesta, a pesar de su uso evidente.

Cuando se preguntó: ¿Cómo puede resolver el problema?, en los instrumentos 2, 3 y 4, los estudiantes E2, E3, E4 y E5 expresaron ideas de la utilización del material concreto para dar respuesta a algunas de las actividades planteadas. Sin embargo, en ningún caso se



presenta la manifestación expresa de formular otra estrategia de solución a la ya mencionada, salvo a la de “leer y entender el problema”. A saber, Buitrago y García (2012) afirman, que los estudiantes que no realizan seguimiento a la estrategia, posiblemente presenten dificultades con respecto a la habilidad de diseñar un plan, expresando que las habilidades de planeación influyen directa o indirectamente en las de monitoreo y control.

Parece ser que los estudiantes están tan acostumbrados a ejercicios de lápiz y papel, que cuando se introduce elementos reales y concretos en el aula de clase, para la solución de problemas, les cuesta asimilar la posible relación existente entre el material y la abstracción del objeto matemático para la solución del ejercicio. Es así, que, si no se incorpora ningún material, para la comprensión de los problemas por parte del docente, estos no emplearán ningún esfuerzo propio por conseguirlo.

La inconsciencia de la temporalidad que se evidencia en los estudiantes, es tan alta que solo se percatan de ella cuando se finalizan las clases, o en su defecto cuando deben entregar la solución de las actividades para su realimentación en plenaria. Además, como no es clara la rectificación o revisión, de algún paso en el plan trazado, tampoco podemos corroborar la reasignación de tiempo en las diferentes actividades que realizan.

Los estudiantes presentan elementos de monitoreo, al establecer las dificultades que se les presentaron al abordar los diferentes instrumentos y las acciones que ejecutaron para superarlas. De acuerdo al análisis; la poca comprensión de las preguntas, la falta asimilación de trabajo en grupo y la representación gráfica y numérica de las actividades, se entienden como las dificultades más representativas a la hora de abordar las actividades. Adicional, se observó que los estudiantes buscaban apoyo entre ellos, o en la mayoría de los casos, solicitaban apoyo del docente. Al respecto Fernández (1993) afirma, que es importante que el estudiante busque la ayuda de los compañeros, del profesor o de otros adultos, ya que de esta manera pueden reconocer información que no se ha tenido en cuenta y superar las dificultades que se les han presentado.

Ahora bien, E1 y E4 manifiestan no haber tenido dificultades en ninguno de las actividades planteadas, sin embargo, el desarrollo de los procedimientos y las respuestas a los interrogantes planteados no son acordes a la situación, mostrando poca o nula reflexión sobre su proceso. De acuerdo con Tamayo (2006), para lograr una actuación adecuada se requiere poseer, además de ciertos conocimientos y estrategias, una supervisión reguladora de la persona sobre su propia actuación, esta supervisión hace que las actividades se hagan de manera flexible y adaptada a la exigencia de la tarea.

#### Subcategoría Evaluación.

La evaluación, realizada al final de la tarea, se refiere a la naturaleza de las acciones y decisiones tomadas por el aprendiz; evalúa los resultados de las estrategias seguidas en términos de eficacia. Tamayo (2006).

La validez de los resultados desde una perspectiva autoevaluativa a la pregunta; ¿Considera que la estrategia utilizada fue adecuada?, permite ver afirmaciones positivas en términos de culminación de actividades. Sin embargo, cuando se pide justificación, de dichas afirmaciones, no se evidencia reflexión del proceso de aprendizaje seguido en los estudiantes en los estudiantes E1, E2 y E5.

E2 basa la evaluación del proceso, en términos de la manipulación del material concreto y la posible abstracción correcta del objeto matemático, sin verificar si la estrategia usada es adecuada, por su parte, E5 en la actividad 2, del instrumento 1, presenta argumentos válidos al evaluar las estrategias desde la respuesta y del proceso que se había propuesto.

En consecuencia, para la mayoría de los estudiantes, la eficacia de las actividades se mide con respecto a la sensación de éxito en el plan presentado y en el haber dado respuesta correcta o errónea a los interrogantes planteados. Al respecto, E3 y E5 muestran una coherencia entre los procesos planteados, las representaciones realizadas y las respuestas a los interrogantes, sin embargo, carecen de un proceso de reflexión.

#### 4.2.3 Análisis integral del momento dos (Desubicación)

Este segundo momento, permitió analizar las incidencias que los estudiantes tienen en procesos de regulación metacognitiva en la resolución de problemas, cuando se les presenta un modelo de resolución de problemas, en este caso el “Modelo de Miguel de Guzmán”, donde logran no solo identificar la metodología, sino también su puesta en marcha, a partir de las cuatro etapas; familiarización con el problema, búsqueda de una estrategia adecuada, puesta en marcha de la estrategia y la reflexión acerca del camino seguido, a medida que realizan las diferentes actividades de la unidad didáctica. De este modo, algunos estudiantes tienen una movilización positiva hacia procesos de regulación metacognitiva cuando realizan planeación, monitoreo y evaluación de sus procedimientos para resolver problemas de una forma más estructurada.

Es evidente que persisten algunas dificultades en el reconocimiento de la información relevante, los interrogantes y el análisis preliminar de la estructura de los problemas, que se van decantando con el transcurrir de la intervención didáctica. No obstante, es necesario seguir con la instrucción en diferentes estrategias de resolución de problemas, que les permita a los estudiantes una mayor extensión de sus posibilidades a la hora de afrontar estas actividades y un mejor empoderamiento en la validación y aprobación de sus respuestas.

Por otro lado, los estudiantes fueron desarrollando habilidades de regulación metacognitiva (planeación, monitoreo y evaluación) en el marco de la resolución de problemas para el aprendizaje del concepto de fracción, de acuerdo a las representaciones de parte del todo, medidor y operador, en cantidades discretas y continuas, ajustado al modelo de Miguel de Guzmán.

En cuanto a planeación, hay mayor apropiación al abordar los problemas, y a la necesidad de elaborar planes de resolución y establecimiento de estrategias, aun así, persiste la poca utilización de recursos. En términos generales, la mayoría de los estudiantes consideran que

los conocimientos necesarios, son acciones que se deben cumplir para llegar a las respuestas de los interrogantes, sin que en ello se refleje algún tipo de consciencia por el proceso que van a llevar a cabo, valga como ejemplo: “puede usar sumar/restar/multiplicar”.

Los estudiantes muestran dificultades para la elaboración de estrategias alternativas o un plan de acción detallado que les permita resolver la situación planteada, solo trabajan con lo primero que se le viene a la mente, sin detenerse un momento a indagar por otras formas que posiblemente sean más eficientes para dar solución las actividades. En efecto, Brown (1987), Tamayo (2006) plantean que las acciones de monitoreo llevan al estudiante a autoevaluarse y así modificar y buscar estrategias alternativas en el caso de que las seleccionadas anteriormente no sean eficaces.

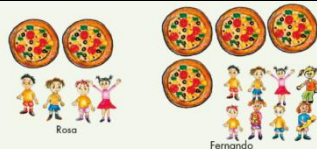
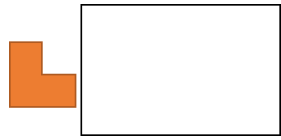

Para terminar, en la evaluación no se observa un proceso claro de autoevaluación, pues no justifican la reflexión del proceso de aprendizaje seguido, midiendo la eficacia en términos de la contestación de los interrogantes sin la comprobación de la validez.

#### 4.3 MOMENTO TRES (REENFOQUE)

Para el momento de reenfoque se pretendió fortalecer las habilidades metacognitivas vinculadas a la resolución de problemas, de acuerdo al modelo de Miguel de Guzmán, que el estudiante ha desarrollado en el aprendizaje del concepto de fracción. Tres semanas después de la intervención, se aplicó el instrumento de salida “Exploremos nuestra realidad II” buscando cambios con respecto al momento inicial de la investigación.

La siguiente tabla muestra los problemas abordados en el instrumento, para su respectivo análisis.

Tabla 5. Instrumento 5. (Exploremos nuestra realidad II)

<p><b>Problema 1.</b> En cada equipo se van a repartir pizzas, de manera que a todos les toque igual y que no sobre.</p>			
<p><b>Problema 2.</b> En esta ocasión Carlos le pide a Marta construir un rectángulo y le dice que, para hacerlo, le mostrará una figura que corresponde a una de ocho partes del mismo. ¿Marta cómo debe construir el rectángulo usando la figura que le mostró Carlos?</p>			
<p><b>Problema 3.</b> Se van a repartir 3 cartulinas entre 4 niños, de manera que les toquen igual y que no sobre.</p>			
SITUACIÓN Y/O PREGUNTA	RESPUESTAS (EVIDENCIAS)		
	Problema 1	Problema 2	Problema 3
¿Qué debe hallar?	<p><b>E1:</b> “será que Rosa tiene la misma cantidad de piczza”</p> <p><b>E2:</b> “la solución del problema”</p> <p><b>E3:</b> “de manera que a todos les toque igual y que no sobre”</p> <p><b>E4:</b> “debe hallar la mitad de las pizzas”</p> <p><b>E5:</b> “si la cantida de pizza que le toca a rosa queda que le toque a fernando”</p>	<p><b>E1:</b> “que si marta usa la mis figura que le mostro carlos”</p> <p><b>E2:</b> “que maria debe construir el rectángulo usando la figura que le mostro Carlos”</p> <p><b>E3:</b> “marta como debe construir el rectángulo usando la figura que le mostró carlos”</p> <p><b>E4:</b> “debe hayar como construir la figura”</p> <p><b>E5:</b> “como armar el rectangulo”</p>	<p><b>E1:</b> “cuan le tocara a cada niño”</p> <p><b>E2:</b> “cuantos le toca a cada niño”</p> <p><b>E3:</b> “cuanto le tocará a cada niño”</p> <p><b>E4:</b> “debe hallar la cantidad de cartulina”</p> <p><b>E5:</b> “cuantos le tocara a cada niño”</p>

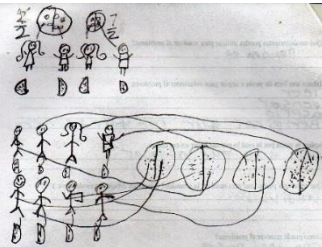
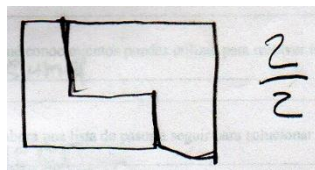
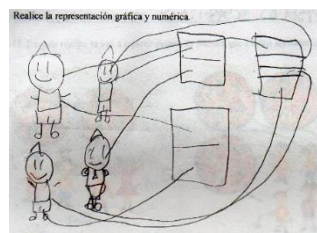
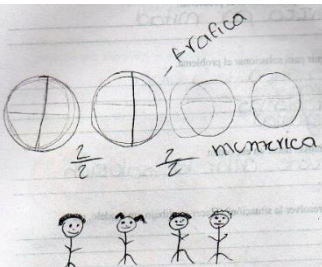
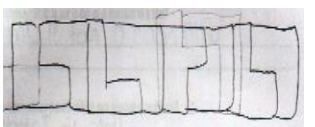
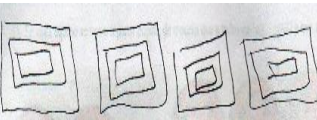
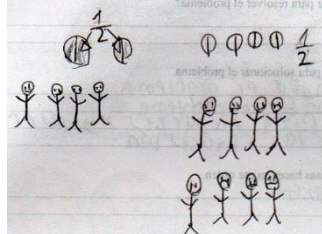

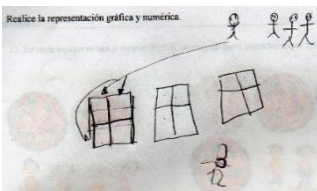
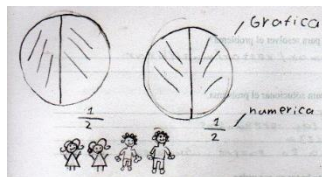
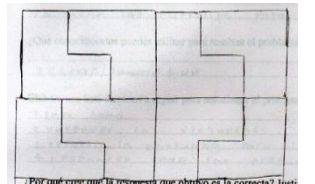

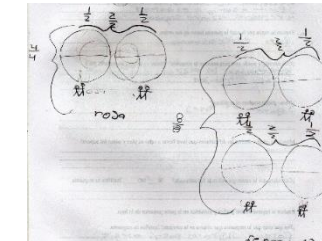
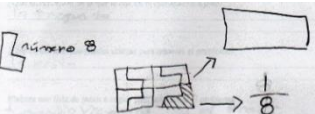
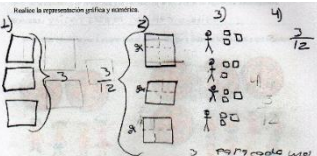
¿Qué información de la que le suministran va a usar?	<p><b>E1:</b> “las pizzas que me dieron”</p> <p><b>E2:</b> “que Fernando y Rosa tienen dos equipos y que a todos tienen que comer la misma cantidad”</p> <p><b>E3:</b> “cuántas pizzas más tendría que comprar el equipo de Rosa para que ellos puedan comer media pizza más que el equipo de Fernando”</p> <p><b>E4:</b> “va usar la fracción de la repartición de las pizzas”</p> <p><b>E5:</b> “los dibujos y los pedacitos de papel con pizza”</p>	<p><b>E1:</b> “las opciones que me dan”</p> <p><b>E2:</b> “que María debe construir un triángulo”</p> <p><b>E3:</b> “no”</p> <p><b>E4:</b> “va usar las figuras”</p> <p><b>E5:</b> “la división”</p>	<p><b>E1:</b> “los papeles”</p> <p><b>E2:</b> “cuánto le toca a cada niño”</p> <p><b>E3:</b> “no”</p> <p><b>E4:</b> “va usar las cartulina para los niños”</p> <p><b>E5:</b> “la pregunta”</p>
¿Qué conocimientos puedes utilizar para resolver el problema?	<p><b>E1:</b> “pensando”</p> <p><b>E2:</b> “partir la pizza por mitad”</p> <p><b>E3:</b> “no”</p> <p><b>E4:</b> “puede usar sumar/restar/multiplicar”</p> <p><b>E5:</b> “la fracción”</p>	<p><b>E1:</b> “no”</p> <p><b>E2:</b> “cuatro de papel”</p> <p><b>E3:</b> “no”</p> <p><b>E4:</b> “puede usar sumar/restar/dividir”</p> <p><b>E5:</b> “el dibujo y la lectura”</p>	<p><b>E1:</b> “suma”</p> <p><b>E2:</b> “cuadritos de papel”</p> <p><b>E3:</b> “toca repartir”</p> <p><b>E4:</b> “restar/sumar/multiplicar”</p> <p><b>E5:</b> “la resta”</p>

Elabora una lista de pasos a seguir para solucionar el problema.	<p><b>E1:</b> “leer” “pensar” “aserlo” “verificar que me quede vien”</p> <p><b>E2:</b> “ocerbar la gráfica” “repartir la pizza” “resolver el problema” “resolver las preguntas”</p> <p><b>E3:</b> “leer y entender el problema” “como boy a resolver el problema” “dividir la piza en partes iguales” “solucionar la situación”</p> <p><b>E4:</b> “leer y entender” “entender todas las preguntas” “repartir la pizza” “dibidir la pizza en partes iguales”</p> <p><b>E5:</b> “familiarización con el problema” “búsqueda de una buena estrategia” “puesta en marcha de la estrategia” “reflexión del camino seguido”</p>	<p><b>E1:</b> “leer” “pensar” “aserlo” “verificar que este vien”</p> <p><b>E2:</b> “mirar el problema” “mirar que ahigan dado lo 8 cuatros” “resolver el problema” “resolver las preguntas”</p> <p><b>E3:</b> “leer y entender el problema” “como boy a resolber el problema” “dividir la pizza en partes iguales” “y solucionar la situación”</p> <p><b>E4:</b> “leer todo” “entender las preguntas” “elaborar la figura” “realizar todas preguntas”</p> <p><b>E5:</b> “familiarización con el problema” “búsqueda de una buena estrategia” “puesta en marcha de la estrategia”</p>	<p><b>E1:</b> “leer” “pensar” “aserlo” “verificar que este vien”</p> <p><b>E2:</b> “obserbar la hoja” “leer el problema” “resolver las preguntas” “resolver el problema”</p> <p><b>E3:</b> “leer y entender el problema” “como boy a resolver el problema” “dividir la cartulina en partes iguales” “y solucionar la situación”</p> <p><b>E4:</b> “leer todo” “entender las preguntas” “repartir la cartulina para los niños” “responder todas las preguntas”</p> <p><b>E5:</b> “familiarización con el problema” “búsqueda de una buena estrategia” “puesta en marcha de la estrategia” “reflexión del camino seguido”</p>
--	---	--	---

Explica la razón por la cual lo piensas hacer en ese orden.	<b>E1:</b> “por que fue lo mejor” <b>E2:</b> “porque me puede hallar la solución del problema” <b>E3:</b> “porque me gusta” <b>E4:</b> “por que ese es un orden muy adecuado para estas preguntas” <b>E5:</b> “para poder entenderlo”	<b>E1:</b> “por que es lo mejor” <b>E2:</b> “porque me alla la solución del problema” <b>E3:</b> “porque es bueno” <b>E4:</b> “por que es mi orden” <b>E5:</b> “para entenderlo”	<b>E1:</b> “por que es lo mejor” <b>E2:</b> “porque me alla la solución del problema” <b>E3:</b> “porque es bueno” <b>E4:</b> “porque ese es mi orden” <b>E5:</b> “para entenderlo”
¿Qué estrategia puede usar para resolver la situación? (Hacer un dibujo, un modelo, etc.).	<b>E1:</b> “un dibujo” <b>E2:</b> “un dibujo” <b>E3:</b> “cosas como pizza etc” <b>E4:</b> “poder usar papel/piedras/tapas” <b>E5:</b> “representar la pizza con pedasos de papel con dibujos”	<b>E1:</b> “un dibujo” <b>E2:</b> “hacer un dibujo” <b>E3:</b> “dividri y aser el rectangulo” <b>E4:</b> “papel/figuras/piedras” <b>E5:</b> “con pedasos de papel”	<b>E1:</b> “un dibujo” <b>E2:</b> “un dibujo” <b>E3:</b> “nose” <b>E4:</b> “cartulina/papel/piedras” <b>E5:</b> “la lista de pasos”
¿Cómo puede resolver el problema?	<b>E1:</b> “con los pasos” <b>E2:</b> “utilizar una estrategia” <b>E3:</b> “sumando, restando, repartiendo” <b>E4:</b> “leyendo y entendiendo todo las preguntas”	<b>E1:</b> “asiendo una grafica” <b>E2:</b> “leer el problema” <b>E3:</b> “pensando y leyendo” <b>E4:</b> “ley y entendí todo” <b>E5:</b> “siguiendo la listas de pasos 1,2 y 3”	<b>E1:</b> “asiendolo” <b>E2:</b> “con cuadro de papel de color” <b>E3:</b> “pensando y leer” <b>E4:</b> “leyendo y entendiendo todo” <b>E5:</b> “utilizando la lista de pasos”



	<b>E5:</b> “siguiendo los pasos”		
Menciona ¿cuáles fueron las dificultades que tuviste para llevar a cabo su plan y cómo las superó?	<b>E1:</b> “notube” <b>E2:</b> “que me equiboke en la tercera pero me recorde” <b>E3:</b> “elaborar la lista de pasos a seguir” <b>E4:</b> “no tude ni una dificultad y fue muy adecuado” <b>E5:</b> “ninguna”	<b>E1:</b> “no tube” <b>E2:</b> “que casi no entiendo la 7 pregunta y me acorde” <b>E3:</b> “ninguna” <b>E4:</b> “no tube ni una dificultad y fue adecuado” <b>E5:</b> “la representación gráfica, dibujando”	<b>E1:</b> “notube” <b>E2:</b> “que casi no entiendo la segunda pero me acorde” <b>E3:</b> “ninguna” <b>E4:</b> “no tube ni una dificultad y fue adecuado” <b>E5:</b> “unas preguntas. pensando”
¿Considera que la estrategia utilizada fue adecuada? SI ____ NO ____. Justifica tu respuesta.	<b>E1:</b> “si” “por que fue lo mejor” <b>E2:</b> “si” “porque no me copie” <b>E3:</b> “si” “porque el maestro me dijo que estaba bien” <b>E4:</b> “por que lei y entendí todas las preguntas” <b>E5:</b> “si” No hay justificación.	<b>E1:</b> “si” “porque es lo mejor” <b>E2:</b> “si” “porque no me copie” <b>E3:</b> “si” “porque yo berifique” <b>E4:</b> “si” “si por que ley y entendí todo” <b>E5:</b> “si” “para entenderla”	<b>E1:</b> “si” “por que fue lo mejor” <b>E2:</b> “si” “porque no me copie” <b>E3:</b> “si” “porque berifique” <b>E4:</b> “si” “por que ley y entendí todo” <b>E5:</b> “si” No hay justificación.

Realice la representación gráfica y numérica.	E1:			
	E2:			
	E3:			
	E4:			
	E5:			
¿Por qué cree que la respuesta que	E1: “por que fue lo mejor”	E1: “porque lo ise vien”	E1: “poque lo ise vien”	

<p>obtuvo es la correcta?</p> <p>Justifica tu respuesta.</p>	<p><b>E2:</b> “porque no lo hice con copia”</p> <p><b>E3:</b> “porque la berifique y si es la respuesta”</p> <p><b>E4:</b> “por que ley todas las preguntas”</p> <p><b>E5:</b> “porque utilice los pasos a seguir”</p>	<p><b>E2:</b> “porque lo hice sin copia”</p> <p><b>E3:</b> “porque es buena”</p> <p><b>E4:</b> “por que si uno lee entiende todo”</p> <p><b>E5:</b> “porque seguí la lista de pasos”</p>	<p><b>E2:</b> “si porque no me copie de los demás”</p> <p><b>E3:</b> “nose”</p> <p><b>E4:</b> “por que ley y repondi todo”</p> <p><b>E5:</b> “porque utilice los 4 pasos”</p>
<p>¿Qué otra estrategia puede usar?</p>	<p><b>E1:</b> “muchas”</p> <p><b>E2:</b> “gráfica numérica”</p> <p><b>E3:</b> “palitos, tapas, etc”</p> <p><b>E4:</b> “puede usar palos/pedazos de pizza etc”</p> <p><b>E5:</b> “tapas como pizza”</p>	<p><b>E1:</b> “muchas”</p> <p><b>E2:</b> “figuras de papel”</p> <p><b>E3:</b> “nose”</p> <p><b>E4:</b> “puede usar tapas/etc.”</p> <p><b>E5:</b> “nose”</p>	<p><b>E1:</b> “muchas”</p> <p><b>E2:</b> “papelito cuatro de color”</p> <p><b>E3:</b> “ninguna”</p> <p><b>E4:</b> “piedras etc”</p> <p><b>E5:</b> “nose”</p>
Preguntas de corte cognitivo			
<p><b>Problema 1.</b> ¿Será igual la cantidad de pizza que le toca a Rosa que la que le toca a Fernando?</p>	<p><b>E1:</b> “si tubo lo misma cantidad de pizza”</p> <p><b>E2:</b> “es la misma cantidad porque cada uno come la misma cantidad”</p> <p><b>E3:</b> “si”</p> <p><b>E4:</b> “no por que el equipo de Rosa comio menos pizza y el equipo de Fernando comio mas pizza”</p> <p><b>E5:</b> “comen la misma cantidad Rosa <math>\frac{2}{4}</math> fernando <math>\frac{4}{8}</math>”</p>		

<b>Problema 1.</b> ¿Cuántas pizzas más tendría que comprar el equipo de Rosa, para que ellos puedan comer media pizza más que el equipo de Fernando?	<b>E1:</b> “dos pizzas mas” <b>E2:</b> “dos pizzas le faltaría a el equipo de Rosa” <b>E3:</b> “2 y las partes por la mitad” <b>E4:</b> “el equipo de Fernando fue el que comieron mas media pizza” <b>E5:</b> “2 pizza tendría que comprar”
<b>Problema 3.</b> ¿Cuánto le tocará a cada niño?	<b>E1:</b> No hay respuesta <b>E2:</b> “a cada niño le toca 3 medio” <b>E3:</b> “de a 3” <b>E4:</b> “le toca a cada 3 cartulina a cada niño” <b>E5:</b> No hay respuesta

Fuente: Elaboración propia

#### 4.3.1 Categoría resolución de problemas

Subcategoría heurística de resolución de problemas (Miguel De Guzmán)

Familiarización con el problema.

Después del trabajo realizado a partir de la heurística de resolución de problemas de Miguel de Guzmán (1995), al parecer se observa, un avance positivo en la mayoría de los estudiantes, ya que logran identificar visiblemente lo que deben hallar, la información relevante dentro de la situación y la elaboración de una lista de pasos más estructurada, en contraste con lo sucedido en los momentos de ubicación y desubicación.

Por otro lado, persiste la falta de los conocimientos que piensan utilizar para resolver los problemas y la explicación razonable del orden de la utilización de los pasos, afirmaciones como las del estudiante E1: “porque es lo mejor”, E3: “porque es bueno”, y E4: “porque ese es mi orden” permite ver que no cumplen claramente con el ejercicio consciente de establecer la razón de la ejecución de los pasos en la resolución del problema.

Búsqueda de una estrategia adecuada.

La movilización en la búsqueda de estrategias está dirigida hacia la experimentación y/o hacia el ensayo y el error, al respecto de Guzmán (1995), asegura que “el experimento es en realidad una de las bases fundamentales de los descubrimientos en todas las ciencias, también en las matemáticas” (p. 167), de igual forma las representaciones concretas, pictóricas y simbólicas manifestadas en las respuestas, dan cuenta de la utilización de técnicas que les permitió construir diversas estrategias en la resolución de problemas. Al respecto Tamayo (2011), sugiere que “las actividades, tanto para explorar las ideas previas como el desarrollo de la unidad didáctica, deberán llevar al estudiante desde el material real, al concreto, después al gráfico, para que finalmente llegue al simbólico”. (p. 193)

Puesta en marcha de la estrategia.

Al parecer, en este momento subsiste, el impulso frenético de abordar la solución de los problemas por una única estrategia, sin ningún tipo de replanteamiento, al respecto de Guzmán (1995), afirma:

“no te contentes demasiado rápido con la primera idea. Posiblemente hay unas cuantas formas de abordar el problema mejor que la que te proporciona la primera que se te ocurre. Procura diseñar unas cuantas estrategias posibles, sin llevarlas aún a cabo. Luego, a la vista de todas ellas, podrás elegir la que te parezca más apropiada”. (p. 148)

Además, las manifestaciones poco descriptivas de las acciones que deben ejecutar para llegar a la solución de los interrogantes, corroborando lo encontrado por Buitrago y García (2012), donde los estudiantes son incapaces de describir o explicar las acciones de verificación que realizan para seguir la estrategia propuesta, a pesar de su uso evidente. En efecto, en las representaciones pictóricas y simbólicas plasmadas por los estudiantes, es evidente, los procesos llevados a cabo para determinar las respuestas a los interrogantes planteados.

En términos generales, los estudiantes fueron adquiriendo mejores habilidades en la escritura de la notación racional que representa la solución de los problemas. Los estudiantes lograron encontrar una estrategia que les permitió llegar a la solución del problema, realizando el plan de acción que la estrategia requería (De Guzmán, 1995).

Reflexión acerca del camino seguido.

En este sentido, es evidente la poca o nula apropiación que los estudiantes tienen hacia la reflexión o verificación de procesos para la resolución de problemas, siguiendo como constante la culminación de las actividades sin determinar la manera como se llevó a cabo la estrategia, si era adecuada, sin comprobación de la validez de la solución, posiblemente por no estar enfrentados a situaciones donde se les pida hacer esas revisiones.

Aun así, podemos observar en las respuestas a los interrogantes de tipo cognitivo las pocas dificultades que tuvieron para encontrar soluciones correctas, mediadas por las habilidades metacognitivas y las diferentes representaciones de tipo concreto, pictórico y simbólico que utilizaron.

#### 4.3.2 Categoría Estrategias Metacognitivas.

Subcategoría Planeación.

En este momento, es aceptable el cambio positivo en la elaboración más estructurada de pasos para la resolución de problemas, estos pasos son menos generales y se evidencian acciones puntuales y apropiadas, tendientes a mejorar los posibles resultados. Esto por sí solo, no conlleva al estudiante a que prevea resultados antes de iniciar la tarea, pero si aún esfuerzos en el desarrollo de esta habilidad. Tamayo (2006).

También, parece ser que hay algún grado de conciencia en la identificación de los objetivos de aprendizaje que el estudiante se traza con respecto a lo detectado en los dos primeros momentos de la intervención didáctica. A saber, es más notorio el proceso de reconocimiento de los elementos cuando se les pregunta por lo que deben hallar y la información que se les suministran en los problemas.

Por otra parte, en la búsqueda de una estrategia apropiada, manifiestan la utilización de elementos reales y concretos, representaciones pictóricas y simbólicas, que les permiten acercarse de una manera más comprensible al desarrollo de los interrogantes.

Subcategoría Monitoreo.

No es evidente, un proceso de seguimiento al plan trazado en términos de la verificación de los pasos ni de la resignación de tiempo a las actividades planteadas. A excepción de E5, que manifiesta expresamente hacer seguimiento a los pasos y de E3, que considera que la estrategia fue adecuada “porque yo la verifique”.

También, a la hora de planear estrategias alternativas, no muestran opciones claras para establecer otro camino a seguir para determinar la solución de los problemas, aunque algunos manifiesten la utilización de material real, concreto, representaciones pictóricas y simbólicas para desarrollarlos.

De acuerdo a lo expuesto, en estos aspectos no hubo cambio significativo con respecto a los dos momentos anteriores, debido en gran parte, a la poca aproximación que han tenido los estudiantes, a desarrollar habilidades de monitoreo en sus procesos de aprendizaje. A pesar de todo, al establecer las dificultades que se les presentaron al abordar el instrumento y las acciones que ejecutaron para superarlas, ya sea por descubrimiento, apoyo del compañero o del docente, en este sentido y a la luz de la teoría, esto conlleva elementos de regulación metacognitiva en cuanto al monitoreo o control del proceso de aprendizaje.

### Subcategoría Evaluación.

Este proceso, realizado al final de la tarea, se refiere a la naturaleza de las acciones y decisiones tomadas por el aprendiz; quien evalúa los resultados de las estrategias seguidas en términos de eficacia (Tamayo, 2006).

La evaluación pretende abrir un espacio de reflexión que le permite al estudiante devolverse sobre lo que ya había hecho y revisar si efectivamente había encontrado o no una solución que satisficiera las condiciones del problema, en este sentido, las manifestaciones siguen apuntando hacia la validez de las respuestas numéricas, sin devolverse sobre sus propios pasos para verificar la validez. Esta validez estuvo determinada por la socialización en plenaria de las actividades, ya sea por un compañero o por el docente.

#### 4.3.3 Entrevista Semiestructurada

Terminando la intervención didáctica se realizó una entrevista semiestructurada buscando encontrar las implicaciones de vincular procesos de regulación metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación en la resolución de problemas hacia el aprendizaje del concepto de fracción.

En la siguiente tabla, se presentan las respuestas de los estudiantes y el análisis:

Tabla 6. (Entrevista semiestructura).

PREGUNTAS	RESPUESTAS	ANÁLISIS
Antes de las actividades realizadas en la UD, ¿utilizabas alguna	<b>E1:</b> “No, antes de que yo hiciera eso con usted no los utilizaba, si leía primero, pero no realizaba pasos”	Las respuestas muestran que los estudiantes nunca habían tenido acercamiento a ningún tipo de modelo o heurística en resolución de problemas. En E1, se observa que



<p>secuencia de pasos para la solución de un problema? Sí __ No __</p> <p>Justifica tu respuesta.</p>	<p><b>E2:</b> “No, porque no usábamos casi eso”</p> <p><b>E3:</b> “No, porque no entendía”</p> <p><b>E4:</b> “No, utilizaba pasos porque no me servían”</p> <p><b>E5:</b> “No, porque no me habían enseñado eso”</p>	<p>inicialmente su forma de resolver un problema iba encaminada a realizar una lectura comprensiva de la situación, y enunciar la respuesta al problema, sin realizar ningún tipo de plan. Como lo sustenta De Guzmán (1995), “La estructuración adecuada de los conocimientos constituye una tarea esencial en la resolución eficaz de problemas” (p. 20).</p>
<p>Después de realizar las actividades de la UD, ¿consideras necesario la búsqueda de estrategias y la elaboración de un plan, para la solución de un problema?</p>	<p><b>E1:</b> “Sí, porque uno sin por lo menos, estrategias no puede hacer algo, estrategias como los dibujos, ay veces los modelos”</p> <p><b>E2:</b> “Sí, porque así puede uno resolver el problema más fácil”</p> <p><b>E3:</b> “Sí, porque uno necesita a veces tiene problemas, para escribir el plan, para leerlo”</p> <p><b>E4:</b> “Si, me di cuenta que si utilizaba los pasos y el plan, para mí entiendo más, utilizaba leer, resolver, entender todo y, por último,</p>	<p>Las respuestas de los estudiantes, demuestran la necesidad sentida de elaborar una secuencia de pasos y plantear estrategias adecuadas, permitiendo un acercamiento al entendimiento y resolución de los problemas. Como lo afirma Tamayo (2006), “si un alumno tiene desarrolladas las capacidades de anticipación y planificación, podrá representarse mentalmente y explicitar, de ser necesario, las acciones que debe llevar a cabo para culminar la tarea con éxito” (p. 6).</p> <p>A partir de la incorporación de la heurística de resolución de problemas de Miguel de Guzmán (1995), y la vinculación de habilidades</p>

	<p>resolver todos los problemas”</p> <p><b>E5:</b> “Sí, para poder entenderlo bien y realizar bien”</p>	<p>metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación, se evidenció una movilización en cuanto a la elaboración de un plan secuencial, que contempla la identificación y definición del problema, búsqueda y selección de estrategias de resolución, seguimiento verificación y replanteo de las estrategias llevadas a cabo, y comprobación de la validez y reflexión del proceso de pensamiento realizado.</p>
<p>Luego de las actividades realizadas en la UD, ¿qué actividades realizas para hacerle seguimiento al plan de trabajo planteado?</p>	<p><b>E1:</b> “Hacia gráficas, una fracción en donde se hacia los dibujos, ahí cuando teníamos que dibujar en la fracción, decía numérica”</p> <p><b>E2:</b> “Digamos, pues uno ese plan lo copia en la hoja, uno escribe lo que uno vio ahí en la respuesta, utilizando el geoplano, figuras de papel, las tapas, lanas y utilizamos dibujos, para dibujar las personas, las fracciones y nada más”.</p> <p><b>E3:</b> “Pensar, en cómo lo voy a hacer, leer y entender el problema, le preguntaba al profesor las dudas,</p>	<p>Los estudiantes manifiestan utilizar gráficas, dibujos o diagramas que les permitan entender mejor lo que el problema les está pidiendo. También, hacen un tránsito menos relevante por la manipulación del material concreto, real y simbólico, logrando en la mayoría de los casos la abstracción adecuada del objeto matemático en estudio. Como lo menciona de Guzmán (1995), son muchos los problemas que se hacen más claros cuando se ha logrado encontrar una representación adecuada de los elementos que en él intervienen, de esta manera es posible que queden resaltadas las relaciones entre los aspectos importantes del problema y</p>

	<p>utilizaba tapas, papelitos, hacia dibujos y gráficas”</p> <p><b>E4:</b> “Utilizaba el papel, tapas, piedras, unos dibujos, y escribir lo que significaban esos dibujos, colocar números”</p> <p><b>E5:</b> “Este..., miro si todo me quedo bien, si seguí bien los pasos, utilizando tapas, los dedos, papeles y una tala con puntillas, hacer dibujos, este... hacer las reparticiones, escribir las respuestas, las fracciones y escribir los nombres”</p>	<p>de ahí, surgen ideas que pueden esclarecer sustancialmente la situación. (p. 169).</p> <p>En sus palabras E5, manifiesta hacer seguimiento y verificación a las estrategias de resolución de los problemas, lo cual se considera como acciones de monitoreo y control durante el aprendizaje, para verificar, rectificar y revisar las estrategias seguidas (Tamayo, 2006).</p>
<p>Antes de las actividades realizadas en la UD, ¿evaluabas tu desempeño en la resolución de un problema? Sí ___ No ___</p> <p>Justifica tu respuesta.</p>	<p><b>E1:</b> “Si revisaba, aunque fuera una sola vez, pero si lo revisaba”</p> <p><b>E2:</b> “Sí verificaba la respuesta correcta”</p> <p><b>E3:</b> “No verificaba si la respuesta era correcta</p> <p><b>E4:</b> “No, espera a que la profesora nos dijera si estaba bien o no”</p> <p><b>E5:</b> “A veces, revisaba si las respuestas estaban bien”</p>	<p>En esta pregunta, las opiniones están divididas, algunos estudiantes revisaban el desempeño a través de la respuesta sin verificar el proceso seguido, y otros esperaban la validación de un compañero o del docente de las respuestas obtenidas. Sin embargo, en ambos casos no es evidente la reflexión del camino seguido para encontrar la solución a los problemas, es decir no hay una evaluación adecuada a procesos de</p>

		<p>aprendizaje. En concordancia con Tamayo (2006) quien señala:</p> <p>“Este proceso, realizado al final de la tarea, se refiere a la naturaleza de las acciones y decisiones tomadas por el aprendiz; quien evalúa los resultados de las estrategias seguidas en términos de eficacia”</p>
<p>¿Consideras que las actividades desarrolladas en la UD han sido de gran utilidad para tu proceso formativo? Sí ___ No ___</p> <p>Justifica tu respuesta.</p>	<p><b>E1:</b> “Sí, porque por lo menos me ha servido de cómo más, por lo que como dice los profesores, venimos muy mal acostumbrados, eso me ha servido demasiado”.</p> <p><b>E2:</b> “Sí, porque así uno ya aprende que siempre tiene que utilizar alguna cosa para trabajar o estrategia para solucionar un problema”</p> <p><b>E3:</b> “Sí, porque eso es aprender, aprendí las fracciones”</p> <p><b>E4:</b> “Sí, porque antes no nos mostraban eso, y es la primera vez que hago eso, y estoy como mas preparada”</p>	<p>A la luz de las respuestas, es evidente que, para los estudiantes, las actividades les permitido plantear mejor la solución de los problemas, elaborar un plan de acción o estrategia para abordar la solución del problema, hacer seguimiento a la estrategia y modificarla en caso de que sea necesario, utilizar algunos recursos para hacer representaciones que los acerque a los objetos matemáticos y sobre todo reconocer la importancia de lo realizado en la UD, para su aprendizaje.</p>

	<b>E5:</b> “Sí, me va a servir para hacer las cosas sin que me queden mal”	
--	--	--

Fuente: Elaboración propia

#### 4.3.4 Análisis integral del momento tres (reenfoque)

Este último momento muestra estudiantes más comprometidos en la identificación y definición de los problemas, con mayor conciencia en la búsqueda y selección de estrategias adecuadas y una elaboración de secuencias más puntuales y estructuradas.

No solo es importante el proceso de planeación, la puesta en marcha de la estrategia también tiene una movilización en cuanto a unos pocos elementos de seguimiento y verificación de las estrategias tenidas en cuenta para el abordaje inicial del problema y la utilización de recursos, sin embargo, el replanteamiento de estrategias, la reasignación de tiempo y la formulación de estrategias alternativas no muestra gran interés para ellos. Haciendo que el monitoreo sea una de las habilidades metacognitivas con menos resultados positivos, en relación con la resolución de problemas.

En cuando a la evaluación seguimos solo con procesos de validez de las respuestas, sin ninguna reflexión sobre las acciones que llevaron a esas respuestas o si hay un camino más corto que beneficie el proceso de aprendizaje.

## 5 CONCLUSIONES

La enseñanza o instrucción de una heurística de resolución de problemas conlleva a la realización dinámica y sistematizada del proceso de solución, de hecho, el estudiante debe acercarse a la identificación y definición del problema, a realizar una representación mental de ser posible, buscar y seleccionar algunas estrategias para abordar la solución y ejecutarlas, debe permitirse hacer; seguimiento verificación y replanteamiento de la estrategia, así como generar procesos de reflexión del aprendizaje a través de la identificación de los errores, las dificultades y la comprobación de la solución.

Miguel de Guzmán y su heurística, propendió por mejorar los procesos de pensamiento en el enfrentamiento a la resolución de problemas, desde ámbito contextualizados y cargado de una riqueza investigativa, desde la vinculación de habilidades de regulación metacognitiva en problemas asociados al concepto de fracción.

La vinculación de estrategias de regulación metacognitiva (planeación, monitoreo y evaluación) facilitó la resolución de problemas para el aprendizaje del concepto de fracción, pues les permitió a los estudiantes hacer una comprensión y representación del problema, búsqueda y selección de estrategias, un seguimiento, verificación y replanteamiento del problema, así como la comprobación de la solución a través de la reflexión de las acciones que desarrollaron.

La vinculación de la planeación dentro del proceso de resolución de problemas permite la incorporación de las ideas previas, la búsqueda y selección de estrategias apropiadas y la utilización de recursos, de acuerdo a los objetivos de aprendizaje que el estudiante y el docente han trazado para tal fin. Ahora bien, en esta investigación, las acciones de planeación metacognitiva, aportaron significativamente en elementos como la comprensión del problema, el uso de materiales reales y concretos, representaciones pictóricas y simbólicas permitiendo una abstracción adecuada del objeto matemático.

Dentro del proceso de resolución de problemas la vinculación del monitoreo se manifiesta cuando el estudiante en principio, es capaz de realizar el seguimiento y verificación a la estrategia que ha planteado, en segundo lugar, en la eventualidad de tener que replantear la estrategia, o reasignar tiempo y recursos, por último, poseer la capacidad de establecer alternativas propias o a través de fuentes externas. En este ámbito, es necesario seguir trabajando en que el estudiante este abierto a otras estrategias de solución de los problemas, que les permita afianzar el aprendizaje y disminuir en algunos casos el tiempo de ejecución.

La vinculación de la evaluación dentro del proceso de resolución de problemas implica la verificación de los objetivos de aprendizaje, las acciones que ha desarrollado para llegar a las respuestas a los interrogantes y la validez o comprobación de la solución. Es de anotar que el estudiante basa sus procesos evaluativos en términos de la valoración alfa-numérica que emite el docente. Los hallazgos encontrados sugieren seguir en acciones que den cuenta del proceso que se ha llevado a cabo para encontrar las soluciones a los problemas, buscando conciencia en el aprendizaje desarrollado.

La relación que existe entre el uso de las estrategias metacognitivas y la resolución de problemas, se consigue desde la enseñanza y aprendizaje a partir de transito libre (pero dirigido) del estudiante en la exploración de sus ideas previas, la articulación con sus estrategias de resolución (heurísticas) y el seguimiento dinámico y reflexivo del proceso logrado en sus etapas (antes, durante y después).

## 6 RECOMENDACIONES

La incorporación de las ideas previas, la identificación de los obstáculos y la epistemología del concepto son determinantes para la planificación, construcción y puesta en marcha de instrumentos como; La unidad didáctica, un taller, una secuencia didáctica, etc.

Cuando se vinculen procesos de estudio sobre metacognición al resolver problemas es necesario abordar las otras dos categorías conciencia y conocimiento, este último con sus subcategorías; declarativo, procedimental, condicional y estratégico, permitiendo aprendizaje autónomo y profundo, donde se privilegien los procesos de pensamiento y la reflexión a la hora de solucionar un problema o realizar una tarea.

En clase de matemáticas es necesario trabajar heurísticas en la resolución de problemas, incorporando procesos de planeación metacognitiva y monitoreo que permita reconocer los objetivos de aprendizaje, los conocimientos previos y recursos necesarios, una secuencia de pasos bien estructurada y algunas estrategias de solución, este último aspecto, dedicarle un poco más de tiempo procurando eficiencia en la reasignación de tiempo y recursos.

Los procesos de monitoreo y evaluación presentaron grandes retos, sobre todo en establecer estrategias alternativas para la solución de los problemas y en la reflexión del camino seguido, es de anotar, que posiblemente esto, es debido al mínimo acercamiento a diferentes estrategias, tal vez por la edad escolar en la que se encuentran los estudiantes participes de la investigación, y su actuación tradicional de valorar el resultado por encima del proceso. Por lo tanto, se debe replantear el proceso evaluativo, en busca de reflexión permanente en cuanto a; las dificultades y fortalezas que han tenido en la realización de las actividades y la verificación de los aprendizajes alcanzados.



## 7 LISTA DE REFERENCIAS

Agudelo, M. (1996) Procesos de pensamiento que utilizan y/o desarrollan los estudiantes en la Resolución de Problemas Matemáticos con diferentes enunciados. Tesis de Maestría en Educación. Pontificia Universidad Javeriana. Bogotá.

Bransford, J.D. y Stein, B.S. (1986). Solución ideal de problemas. Guía para mejor pensar, aprender y crear. Barcelona: Labor.

Brown, A. (1987). Metacognition, executive control, self-regulation and other more mysterious mechanisms. In: Weinert, F. E. and Kluwe, R., *Metacognition, motivation and understanding*. Lawrence erlbaum Associates, publishers: London.

Buitrago, S. y García, L. (2012). Proceso de regulación metacognitivas en la resolución de problemas matemáticos.

<http://repositorio.autonoma.edu.co/jspui/bitstream/11182/181/1/PROCESOS%20DE%20REGULACION%20METACOGNITIVA%20EN%20LA%20RESOLUCION%20DE%20PROBLEMAS%20MATEMATICOS%20SMBM.pdf> (Recuperado el 20 de mayo de 2017)

Camacho, M. y Santos, M. (2004). *La relevancia de los problemas en el aprendizaje de las matemáticas a través de la resolución de problemas*. Disponible en [www.sinewton.org/números/números/58/Articulo03.pdf](http://www.sinewton.org/números/números/58/Articulo03.pdf) (Recuperado 23 de mayo de 2017)

De Guzmán, M. (2007). Y la matemática. Revista iberoamericana de educación, N° 43, (p. 19-58.)

De Guzmán, M. (2003). Cómo hablar, demostrar y resolver en Matemáticas. Madrid: Anaya.

De Guzmán, M. (1995). Para pensar mejor. Desarrollo de la creatividad a través de los procesos matemáticos. Madrid: Pirámide.

Fazio y Siegler (2010) Enseñanza de las fracciones. International Academy of Education. Serie Prácticas Educativas -22.

Flavell, J. H. (1979). Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive-developmental inquiry. *American psychologist*, N° 34, 906-911.

Flavell, J. H. (1987). Speculations about the nature and development of metacognition. In: Weinert, F. E. and Kluwe, R., *Metacognition, motivation and understanding*. Lawrence Erlbaum Associates, publishers: London

Fernández, A. G. (1993). Aprendizaje autorregulado de la lectura. *Revista de psicología general y aplicada: Revista de la Federación Española de Asociaciones de Psicología*, 46(3), 351-359.

García, J. J. (2003). Didáctica de las ciencias. Resolución de problemas y desarrollo de la creatividad. Bogotá: Editorial Magisterio.

García, J. J. (2012). *Resolución de problemas y desarrollo de la creatividad*. Segunda edición. Bogotá. Editorial Magisterio.

Henao, J. J. y Tamayo, O. E. (2014). “Enseñanza y Aprendizaje del concepto naturaleza de la materia mediante la resolución de problemas”. *Revista Uni-pluri/versidad*, 44 Vol. 14, N.º 3, pp. 25-45. Recuperado de:  
<https://aprendeonline.udea.edu.co/revistas/index.php/unip/article/viewFile/21335/17735>

Johnson, David; Johnson, Roger y Johnson Holubec, Edythe. 2000 Los Nuevos círculos de aprendizaje: La cooperación en el aula y la escuela. Buenos Aires. Ed. Aique.

Kapa, E. (2002). A metacognitive support during the process of problem solving in a computerized environment. *Educational Studies in Mathematics*, (p. 317-336).

Krulik, S y Rudnick, J.A. (1989). Problem solving: a handbook for senior high school teachers. Boston: Allyn and Bacon.

Martí, E. (1995). Metacognición: Entre la fascinación y el desencanto. *Infancia y Aprendizaje*, N° 72 (p. 9-32,).

Martin, J. (2010) Las Fracciones y el Ojo del Horus. Unión Revista Iberoamericana de Educación Matemática. N° 21 (p. 187).

Mayer, R. (1998). Cognitive, metacognitive and motivational aspects of problem solving. *Instructional Science*, (p. 49 – 63).

Ministerio de Educación Nacional (MEN). (1998). Lineamientos Curriculares de Matemáticas. Santafé de Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.

Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. En Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas (págs. 48-95). Santafé De Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.

Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2016). Derechos Básicos de Aprendizaje en Matemáticas. Santafé De Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.

Obando, G., y Múnera, J. J. (2003). Las situaciones problema como estrategia para la conceptualización matemática. *Educación y Pedagogía*, 15 (35), (p. 183-200).

Pozo, J. I. (1994). *La solución de problemas*. Madrid. Santillana.

Pozo, J. I. y Postigo, Y. (1994). *La solución de problemas como contenido procedimental de la educación obligatoria*. Madrid: Santillana, p. 179-213 Recuperado de:

[http://www.bioingenieria.edu.ar/grupos/puertociencia/documentos/fisicaem/PozoyPostigo\\_Unidad\\_1.PDF](http://www.bioingenieria.edu.ar/grupos/puertociencia/documentos/fisicaem/PozoyPostigo_Unidad_1.PDF)>.

Rodríguez, E. (2005). Metacognición, resolución de problemas y enseñanza de las matemáticas. Una propuesta integradora desde el enfoque antropológico. Tesis doctoral, Universidad Complutense de Madrid, Facultad de Educación, Madrid.

Silva, C. (2004). Educación en matemática y procesos metacognitivos en el aprendizaje. Revista del Centro de Investigación Universidad La Salle, 7, (p. 81 – 91).

Scheuer, N., Pozo, J. I., del Puy, P. E. M., del Mar, M. S. M., Martín, O. E., de la Cruz, M. (2006) Nuevas formas de pensar la enseñanza y el aprendizaje: las concepciones de profesores y alumnos. Editores Graó. España.

Tamayo, O. E. (2006). La metacognición en los modelos para la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias. In Los Bordes De La Pedagogía: Del Modelo A La Ruptura (p. 275 - 306). UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL.

Tamayo, O., Vasco, C. E., Suárez, M. M., Quiceno, H., García, L. I. y Giraldo, A. (2011). La clase multimodal y la formación y evolución de conceptos científicos mediante el uso de las tecnologías de información y comunicación. Manizales: Universidad Autónoma de Manizales.

Tamayo, O. E, Zona, J. R. & Loaiza, Y. E. (2014). *Pensamiento crítico en el aula de ciencias*. Caldas: Editorial Universidad de Caldas.

Troncoso G. O. M. (2013). Estrategias metacognitivas en el aprendizaje de las matemáticas: una intervención en el aula para determinar las implicaciones de la implementación de estrategias metacognitivas en el aprendizaje de las matemáticas. Ibagué: Universidad del Tolima, <<http://repository.ut.edu.co/handle/001/1073>>

Vela Oquendo, S. D. (2015). Análisis bibliométrico sobre el entrenamiento en estrategias metacognitivas (2004-2014). (Trabajo de grado). Universidad de Antioquía.

## 8 ANEXOS

### Anexo 1. Instrumento No. 1

Exploremos nuestra realidad I

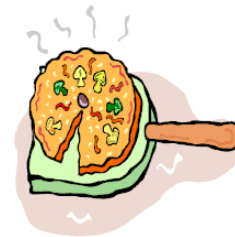
Nombre: \_\_\_\_\_ Grado: \_\_\_\_\_

Lee comprensivamente y resuelve el siguiente problema:

**Material concreto:** Discos de fracciones (Pizza)

Pepe, Jorge, Jairo y Manuel fueron a comer Pizza y pidieron para ellos una Pizza tamaño familiar con 12 porciones, si cada uno comió

$\frac{3}{12}, \frac{2}{12}, \frac{1}{12}, \frac{4}{12}$ , respectivamente:



¿Quién comió más Pizza? Describe detalladamente, el proceso o la secuencia que llevará a cabo para dar respuesta a la pregunta. Justifica tu respuesta.

Paso 1: \_\_\_\_\_

Paso 2: \_\_\_\_\_

Paso 3: \_\_\_\_\_

Paso 4: \_\_\_\_\_

Ordena, colocando de primero quien más comió Pizza, hasta llegar a quien menos comió, ¿Sobró pizza?, ¿Cuántas porciones?

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Menciona cuáles fueron las dificultades que tuviste para resolver las preguntas. Justifica tu respuesta.

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Realiza un dibujo de la situación que se presenta el problema.

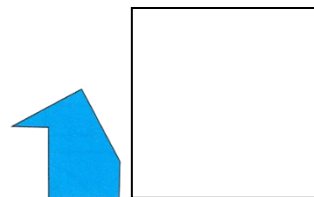
¿Por qué cree que las respuestas que obtuvo son las correctas? Justifica tu respuesta.

---

---

**Material concreto:** Fichas recortadas (Partes del cuadrado)

Marta le pide a Carlos construir un cuadrado y le dice que, para hacerlo, le mostrará una figura que corresponde a una de cuatro partes del mismo.



¿Carlos cómo debe construir el cuadrado usando la figura que le mostró Marta? Describe detalladamente, los pasos o la secuencia que llevarás a cabo para armar el cuadrado. Justifica tu respuesta.

Paso 1: \_\_\_\_\_

Paso 2: \_\_\_\_\_

Paso 3: \_\_\_\_\_

Paso 4: \_\_\_\_\_

Menciona ¿cuáles fueron las dificultades que tuvo para arma el cuadrado? Justifica tu respuesta.

---

---

¿Considera que la estrategia utilizada para armar el cuadrado fue adecuada?

SI \_\_\_\_ NO \_\_\_\_\_. Justifica tu respuesta.

---

---

Realice un dibujo del cuadrado terminado.

¿Por qué cree que la respuesta que obtuvo es la correcta? Justifica tu respuesta.

---

---

**Material concreto:** Bolsa de piedras (dulces)

Un grupo de amigos fue a un parque de diversiones. En el parque compraron dos bolsas de dulces que repartieron en partes iguales. Si cada uno recibió *dos de tres partes* de bolsa de dulces:

Describe detalladamente, los pasos o la secuencia que llevará a cabo para repartir en partes iguales las dos bolsas de dulces. Justifica tu respuesta.

Paso 1: \_\_\_\_\_

Paso 2: \_\_\_\_\_

Paso 3: \_\_\_\_\_

Paso 4: \_\_\_\_\_

Menciona ¿cuáles fueron las dificultades que tuvo para repartir los dulces? Justifica tu respuesta.

---

---

Durante el desarrollo de la actividad se preguntó si, ¿La estrategia que utilizó para repartir los dulces fue adecuada? SI \_\_\_\_ NO \_\_\_\_\_. Justifica tu respuesta.

---

---

Esquematice la repartición que realizó.



¿Cuántos amigos fueron al parque? y ¿Por qué cree que la respuesta que obtuvo es la correcta? Justifica tu respuesta.

---

---

## Anexo 2. Instrumento No. 2

### Momento Uno (Parte – Todo)

**Material concreto:** Geoplano, tapas de gaseosa, fichas de colores, etc.

Utilizando los tres momentos del trabajo cooperativo (trabajo individual, trabajo grupal y plenaria) desarrolla los siguientes problemas:

Luisa comparte con una amiga tres de los doce pedazos de una chocolatina, y con un amigo dos de los doce pedazos. ¿Qué fracción le queda a Luisa?

Familiarización con el problema.

De acuerdo a la situación anterior, responde: ¿Qué debe hallar?, ¿Qué información de la que le suministran va a usar?

---

---

¿Qué conocimientos puedes utilizar para resolver el problema?

---

---

Elabora una lista de pasos a seguir para solucionar el problema. Explica la razón por la cual lo piensas hacer en ese orden.

---

---

Búsqueda y selección de una estrategia apropiada.

¿Qué estrategia puede usar para resolver la situación? (Hacer un dibujo, un modelo, etc.).

---

---

Puesta en marcha de la estrategia.

¿Cómo puede resolver el problema?

---

---

Menciona ¿cuáles fueron las dificultades que tuviste para llevar a cabo su plan y cómo las superó?

---

---

¿Considera que la estrategia utilizada fue adecuada?      SI \_\_\_\_ NO \_\_\_\_\_. Justifica tu respuesta.

---

---

Realice la representación gráfica y numérica.

Reflexión acerca el camino seguido.

¿Por qué cree que la respuesta que obtuvo es la correcta? Justifica tu respuesta.

---

---

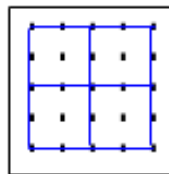
¿Qué otra estrategia puede usar?

---

---

### Actividad “Haciendo Cuartos”

Ahora se trata de buscar todas las formas de dividir el geoplano completo en 4 partes de igual cantidad cada una.



Cada vez que se encuentra una solución, se registra en papel de puntos.

Los estudiantes trabajan en forma individual. Cada vez que uno encuentra una solución la compara con las encontradas por el resto de su grupo para ir avanzando en nuevas soluciones.

A medida que buscas las formas contesta las siguientes preguntas:

De acuerdo a la situación anterior, responde: ¿Qué debe hallar?

---

---

Elabora una lista de pasos a seguir para solucionar el problema. Explica la razón por la cual lo piensas hacer en ese orden.

---

---

Menciona ¿cuáles fueron las dificultades que tuvo llevar a cabo su plan y cómo las superó?

---

---

¿Considera que la estrategia utilizada fue adecuada? SI \_\_\_\_ NO \_\_\_\_\_. Justifica tu respuesta.

---

---

¿Por qué cree que la respuesta que obtuvo es la correcta? Justifica tu respuesta.

---

---

Darío se encuentra con el grupo de personas de la ruta escolar, como se muestra en la imagen. ¿Qué fracción del total de personas del grupo representan los niños?



De acuerdo a la situación anterior, responde: ¿Qué debe hallar?, ¿Qué información de la que le suministran va a usar?

---

---

¿Qué conocimientos puedes utilizar para resolver el problema?

---

---

Elabora una lista de pasos a seguir para solucionar el problema. Explica la razón por la cual lo piensas hacer en ese orden.

---

---

¿Qué estrategia puede usar para resolver la situación? (Hacer un dibujo, un modelo, etc.).

---

---

¿Cómo puede resolver el problema?

---

---

Menciona ¿cuáles fueron las dificultades que tuvo llevar a cabo su plan y cómo las superó?

---

---

¿Considera que la estrategia utilizada fue adecuada? SI \_\_\_\_ NO \_\_\_\_\_. Justifica tu respuesta.

---

---

Realice la representación gráfica y numérica.

¿Por qué cree que la respuesta que obtuvo es la correcta? Justifica tu respuesta.

---

---

¿Qué otra estrategia puede usar?

---

---

## Actividad 2 (Medida)

**Material concreto:** Envases de agua de 250 ml y garrafón de 6 Litros, tiras de cartón de diferentes colores, hojas de papel.

Utilizando los tres momentos del trabajo cooperativo (trabajo individual, trabajo grupal y plenaria) desarrolla los siguientes problemas:

Mauricio debe llenar un garrafón de agua que tiene capacidad de 6 litros con una botella de  $\frac{1}{4}$  de litro. ¿Cuántas veces deberá utilizar la botella para llenar el garrafón?



De acuerdo a la situación anterior, responde: ¿Qué debe hallar?, ¿Qué información de la que le suministran va a usar?

---

---

¿Qué conocimientos puedes utilizar para resolver el problema?

---

---

Elabora una lista de pasos a seguir para solucionar el problema. Explica la razón por la cual lo piensas hacer en ese orden.

---

---

¿Qué estrategia puede usar para resolver la situación? (Hacer un dibujo, un modelo, etc.).

---

---

¿Cómo puede resolver el problema?

---

---

Menciona ¿cuáles fueron las dificultades que tuvo llevar a cabo su plan y cómo las superó?

---

---

¿Considera que la estrategia utilizada fue adecuada?      SI \_\_\_\_ NO \_\_\_\_\_. Justifica tu respuesta.

---

---

Realice la representación gráfica y numérica.

¿Por qué cree que la respuesta que obtuvo es la correcta? Justifica tu respuesta.

---

---

¿Qué otra estrategia puede usar?

---

---

Santiago y Juliana hicieron carteleras para promocionar una campaña de reciclaje. Santiago utilizó  $\frac{2}{3}$  de un pliego de cartulina, mientras que Juliana utilizó  $\frac{3}{2}$ . ¿Quién gastó menos cartulina?



De acuerdo a la situación anterior, responde: ¿Qué debe hallar?, ¿Qué información de la que le suministran va a usar?

---

---

¿Qué conocimientos puedes utilizar para resolver el problema?

---

---

Elabora una lista de pasos a seguir para solucionar el problema. Explica la razón por la cual lo piensas hacer en ese orden.

---

---



¿Qué estrategia puede usar para resolver la situación? (Hacer un dibujo, un modelo, etc.).

---

---

¿Cómo puede resolver el problema?

---

---

Menciona ¿cuáles fueron las dificultades que tuvo llevar a cabo su plan y cómo las superó?

---

---

¿Considera que la estrategia utilizada fue adecuada?      SI \_\_\_\_ NO \_\_\_\_\_. Justifica tu respuesta.

---

---

Realice la representación gráfica y numérica.

¿Por qué cree que la respuesta que obtuvo es la correcta? Justifica tu respuesta.

---

---

¿Qué otra estrategia puede usar?

---

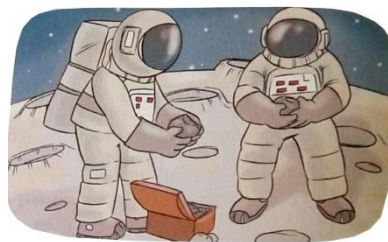
---

### Actividad Tres (Operador)

**Material concreto:** Piedras, tapas de gaseosa, pitillos, lana o piola.

Utilizando los tres momentos del trabajo cooperativo (trabajo individual, trabajo grupal y plenaria) desarrolla los siguientes problemas:

En un viaje espacial a la Luna, dos astronautas cumplieron la misión de recoger 36 rocas lunares. Si uno de ellos juntó  $\frac{2}{3}$  de las rocas, ¿Cuántas rocas recogió?



De acuerdo a la situación anterior, responde: ¿Qué debe hallar?, ¿Qué información de la que le suministran va a usar?

---

---

¿Qué conocimientos puedes utilizar para resolver el problema?

---

---

Elabora una lista de pasos a seguir para solucionar el problema. Explica la razón por la cual lo piensas hacer en ese orden.

---

---

¿Qué estrategia puede usar para resolver la situación? (Hacer un dibujo, un modelo, etc.).

---

---

¿Cómo puede resolver el problema?

---

---

Menciona ¿cuáles fueron las dificultades que tuvo llevar a cabo su plan y cómo las superó?

---

---

¿Considera que la estrategia utilizada fue adecuada? SI \_\_\_\_ NO \_\_\_\_\_. Justifica tu respuesta.

---

---

Realice la representación gráfica y numérica.

¿Por qué cree que la respuesta que obtuvo es la correcta? Justifica tu respuesta.

---

---

¿Qué otra estrategia puede usar?

---

---

Los tubos que se emplean en las cocinas miden 120 cm de longitud, Paula y Edgar han comprado una cocina integral, sin embargo, su cocina tiene forma de L, por ello el instalador les ha dicho que necesita una pieza que mida  $\frac{1}{3}$  de tubo, ¿cuál debe ser la medida de la pieza?



De acuerdo a la situación anterior, responde: ¿Qué debe hallar?, ¿Qué información de la que le suministran va a usar?

---

---

¿Qué conocimientos puedes utilizar para resolver el problema?

---

---

Elabora una lista de pasos a seguir para solucionar el problema. Explica la razón por la cual lo piensas hacer en ese orden.

---

---

¿Qué estrategia puede usar para resolver la situación? (Hacer un dibujo, un modelo, etc.).

---

---

¿Cómo puede resolver el problema?

---

---

Menciona ¿cuáles fueron las dificultades que tuvo llevar a cabo su plan y cómo las superó?

---

---

¿Considera que la estrategia utilizada fue adecuada?      SI \_\_\_\_ NO \_\_\_\_\_. Justifica tu respuesta.

---

---

Realice la representación gráfica y numérica.

¿Por qué cree que la respuesta que obtuvo es la correcta? Justifica tu respuesta.

---

---

¿Qué otra estrategia puede usar?

---

---

Tu cuerpo es fuente de bienestar. Por ello, debes cuidarlo y conocerlo por dentro y por fuera.

Algunas proporciones que se establecen en el cuerpo son:

La cabeza, desde la barbilla hasta la coronilla, mide la octava parte de todo tu cuerpo.

Del mentón hasta la base de la nariz, mide una tercera parte del rostro.

El pie equivale a un sexto de la altura del cuerpo.



Mide las partes de tu cuerpo que consideres necesarias para comprobar estas proporciones y compáralas con las medidas de tus compañeros.

De acuerdo a la situación anterior, responde: ¿Qué debe hallar?, ¿Qué información de la que le suministran va a usar?

---

---

¿Qué conocimientos puedes utilizar para resolver el problema?

---

---

Elabora una lista de pasos a seguir para solucionar el problema. Explica la razón por la cual lo piensas hacer en ese orden.

---

---

¿Qué estrategia puede usar para resolver la situación? (Hacer un dibujo, un modelo, etc.).

---

---

¿Cómo puede resolver el problema?

---

---

Menciona ¿cuáles fueron las dificultades que tuvo llevar a cabo su plan y cómo las superó?

---

---

¿Considera que la estrategia utilizada fue adecuada?      SI \_\_\_\_ NO \_\_\_\_\_. Justifica tu respuesta.

---

---

Realice la representación gráfica y numérica.

---

---

¿Por qué cree que la respuesta que obtuvo es la correcta? Justifica tu respuesta.

---

---

¿Qué otra estrategia puede usar?

### Anexo 3. Instrumento No. 3

#### Fracciones Equivalentes

**Propósito:** Orientar al estudiante para que por medio de diferentes procedimientos comprenda el sentido de la equivalencia en fracciones.

**Material concreto:** Discos de fracciones, barras de fracciones.

Utilizando los tres momentos del trabajo cooperativo (trabajo individual o en parejas, trabajo grupal y plenaria) desarrolla los siguientes problemas:

(Trabajo en parejas)

Comprueba que tu compañero haya doblado la tira de papel correctamente.

**Paso 1:** Cada niño dobla una tira de papel en dos mitades.

Colorea una de las mitades.



**Paso 2:** Usa la misma tira de papel doblada.

Dobra cada mitad en dos partes iguales.

¿Qué fracción de papel tiene color?



**Paso 3:** Usa la misma tira de papel.

Dobra cada cuarto en dos partes iguales.

¿Qué fracción de papel tiene color?

De acuerdo a la situación anterior, responde: ¿Qué debe hallar?, ¿Qué información de la que le suministran va a usar?

---

---

¿Qué conocimientos puedes utilizar para resolver el problema?

---

---

Elabora una lista de pasos a seguir para solucionar el problema. Explica la razón por la cual lo piensas hacer en ese orden.

---

---

¿Qué estrategia puede usar para resolver la situación? (Hacer un dibujo, un modelo, etc.).

---

---

¿Cómo puede resolver el problema?

---

---

Menciona ¿cuáles fueron las dificultades que tuvo llevar a cabo su plan y cómo las superó?

---

---

¿Considera que la estrategia utilizada fue adecuada?      SI \_\_\_\_ NO \_\_\_\_\_. Justifica tu respuesta.

---

---

Realice la representación gráfica y numérica.



¿Por qué cree que la respuesta que obtuvo es la correcta? Justifica tu respuesta.

---

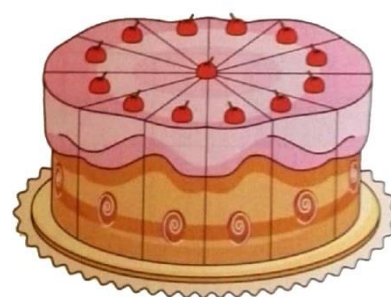
---

¿Qué otra estrategia puede usar?

---

---

Andrea y Jaime compraron, cada uno, una torta de igual tamaño. Andrea dividió su torta como se muestra en la ilustración y regaló cuatro partes. Jaime partió la suya en tres partes iguales y regaló una. ¿Cuál de los niños regaló mayor cantidad de torta?



De acuerdo a la situación anterior, responde: ¿Qué debe hallar?, ¿Qué información de la que le suministran va a usar?

---

---

¿Qué conocimientos puedes utilizar para resolver el problema?

---

---

Elabora una lista de pasos a seguir para solucionar el problema. Explica la razón por la cual lo piensas hacer en ese orden.

---

---

¿Qué estrategia puede usar para resolver la situación? (Hacer un dibujo, un modelo, etc.).

---

---

¿Cómo puede resolver el problema?

---

---

Menciona ¿cuáles fueron las dificultades que tuvo llevar a cabo su plan y cómo las superó?

---

---

¿Considera que la estrategia utilizada fue adecuada?      SI \_\_\_\_ NO \_\_\_\_\_. Justifica tu respuesta.

---

---

Realice la representación gráfica y numérica.

---

---

¿Por qué cree que la respuesta que obtuvo es la correcta? Justifica tu respuesta.

---

---

¿Qué otra estrategia puede usar?

#### Anexo 4. Instrumento No. 4

#### Comparación de Fracciones

**Propósito:** Utilizar las fracciones como una manera de establecer comparaciones entre cantidades.

**Material concreto:** Discos de fracciones, barras de fracciones, hojas de papel, geoplano

Utilizando los tres momentos del trabajo cooperativo (trabajo individual o en parejas, trabajo grupal y plenaria) desarrolla los siguientes problemas:

En un terreno de forma rectangular,  $\frac{7}{18}$  del total están destinados a cultivo del tomate y  $\frac{10}{18}$  al cultivo de papa.  
¿Cuál de los dos cultivos ocupa la mayor parte del terreno?



De acuerdo a la situación anterior, responde: ¿Qué debe hallar?, ¿Qué información de la que le suministran va a usar?

---

---

¿Qué conocimientos puedes utilizar para resolver el problema?

---

---

Elabora una lista de pasos a seguir para solucionar el problema. Explica la razón por la cual lo piensas hacer en ese orden.

---

---

¿Qué estrategia puede usar para resolver la situación? (Hacer un dibujo, un modelo, etc.).

---

---

¿Cómo puede resolver el problema?

---

---

Menciona ¿cuáles fueron las dificultades que tuvo llevar a cabo su plan y cómo las superó?

---

---

¿Considera que la estrategia utilizada fue adecuada?      SI \_\_\_\_ NO \_\_\_\_\_. Justifica tu respuesta.

---

---

Realice la representación gráfica y numérica.

---

---

¿Por qué cree que la respuesta que obtuvo es la correcta? Justifica tu respuesta.

---

---

¿Qué otra estrategia puede usar?

Cecilia, Roberto y Antonio viajan en sus bicicletas a la escuela. Cecilia recorre  $\frac{1}{2}$  km, Roberto recorre  $\frac{3}{10}$  de km y Antonio recorre  $\frac{3}{5}$  de km. ¿Qué niño recorre en su bicicleta la menor distancia hasta la escuela?

De acuerdo a la situación anterior, responde: ¿Qué debe hallar?, ¿Qué información de la que le suministran va a usar?

---

---

¿Qué conocimientos puedes utilizar para resolver el problema?

---

---

Elabora una lista de pasos a seguir para solucionar el problema. Explica la razón por la cual lo piensas hacer en ese orden.

---

---

¿Qué estrategia puede usar para resolver la situación? (Hacer un dibujo, un modelo, etc.).

---

---

¿Cómo puede resolver el problema?

---

---

Menciona ¿cuáles fueron las dificultades que tuvo llevar a cabo su plan y cómo las superó?

---

---

¿Considera que la estrategia utilizada fue adecuada? SI \_\_\_\_ NO \_\_\_\_\_. Justifica tu respuesta.

---

---

Realice la representación gráfica y numérica.

¿Por qué cree que la respuesta que obtuvo es la correcta? Justifica tu respuesta.

---

---

¿Qué otra estrategia puede usar?

---

---

## Anexo 5. Instrumento No. 5

### Exploreemos nuestra realidad II

Propósito: Establecer los cambios presentes en los estudiantes respecto al concepto de fracción a través de la resolución de problemas y la vinculación de estrategias de regulación metacognitiva.

**Material concreto:** Utiliza el material manipulativo y concreto que crea pertinente de acuerdo a cada situación.

Utilizando los tres momentos del trabajo cooperativo (trabajo individual o en parejas, trabajo grupal y plenaria) desarrolla los siguientes problemas:

En cada equipo se van a repartir pizzas, de manera que a todos les toque igual y que no sobre.



¿Será igual la cantidad de pizza que le toca a Rosa que la que le toca a Fernando? ¿Cuántas pizzas más tendría que comprar el equipo de Rosa, para que ellos puedan comer media pizza más que el equipo de Fernando?

De acuerdo a la situación anterior, responde: ¿Qué debe hallar?, ¿Qué información de la que le suministran va a usar?

---

---

¿Qué conocimientos puedes utilizar para resolver el problema?

---

---

Elabora una lista de pasos a seguir para solucionar el problema. Explica la razón por la cual lo piensas hacer en ese orden.

---

---

¿Qué estrategia puede usar para resolver la situación? (Hacer un dibujo, un modelo, etc.).

---

---

Puesta en marcha de la estrategia.

¿Cómo puede resolver el problema?

---

---

Menciona ¿cuáles fueron las dificultades que tuvo llevar a cabo su plan y cómo las superó?

---

---

¿Considera que la estrategia utilizada fue adecuada?      SI \_\_\_\_ NO \_\_\_\_\_. Justifica tu respuesta.



---

---

Realice la representación gráfica y numérica.

¿Por qué cree que la respuesta que obtuvo es la correcta? Justifica tu respuesta.

---

---

¿Qué otra estrategia puede usar?

---

---

En esta ocasión Carlos le pide a Marta construir un rectángulo y le dice que, para hacerlo, le mostrará una figura que corresponde a una de ocho partes del mismo.



¿Marta cómo debe construir el rectángulo usando la figura que le mostró Carlos?

De acuerdo a la situación anterior, responde: ¿Qué debe hallar?, ¿Qué información de la que le suministran va a usar?

---

---

¿Qué conocimientos puedes utilizar para resolver el problema?

---

---

Elabora una lista de pasos a seguir para solucionar el problema. Explica la razón por la cual lo piensas hacer en ese orden.

---

---

¿Qué estrategia puede usar para resolver la situación? (Hacer un dibujo, un modelo, etc.).

---

---

¿Cómo puede resolver el problema?

---

---

Menciona ¿cuáles fueron las dificultades que tuvo llevar a cabo su plan y cómo las superó?

---

---

¿Considera que la estrategia utilizada fue adecuada?      SI \_\_\_\_ NO \_\_\_\_\_. Justifica tu respuesta.

---

---

Realice la representación gráfica y numérica.

---

---

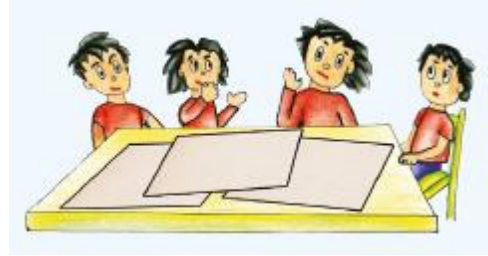
¿Por qué cree que la respuesta que obtuvo es la correcta? Justifica tu respuesta.

---

---

¿Qué otra estrategia puede usar?

Se van a repartir 3 cartulinas entre 4 niños, de manera que les toquen igual y que no sobre.  
¿Cuánto le tocará a cada niño?



De acuerdo a la situación anterior, responde: ¿Qué debe hallar?, ¿Qué información de la que le suministran va a usar?

---

---

¿Qué conocimientos puedes utilizar para resolver el problema?

---

---

Elabora una lista de pasos a seguir para solucionar el problema. Explica la razón por la cual lo piensas hacer en ese orden.

---

---

¿Qué estrategia puede usar para resolver la situación? (Hacer un dibujo, un modelo, etc.).

---

---

¿Cómo puede resolver el problema?

---

---

Menciona ¿cuáles fueron las dificultades que tuvo llevar a cabo su plan y cómo las superó?

---

---

¿Considera que la estrategia utilizada fue adecuada? SI \_\_\_\_ NO \_\_\_\_\_. Justifica tu respuesta.

---

---

Realice la representación gráfica y numérica.

¿Por qué cree que la respuesta que obtuvo es la correcta? Justifica tu respuesta.

---

---

¿Qué otra estrategia puede usar?

---

---

#### Anexo 6. Entrevista semiestructurada

**Propósito:** Indagar acerca de la efectividad de las actividades desarrolladas hacia la resolución de problemas vinculando las habilidades metacognitivas de planeación, monitoreo y evaluación.

Antes de las actividades realizadas en la UD, ¿utilizabas alguna secuencia de pasos para la solución de un problema? Sí \_\_\_ No \_\_\_ Justifica tu respuesta.

Después de realizar las actividades de la UD, ¿consideras necesario la búsqueda de estrategias y la elaboración de un plan, para la solución de un problema?

Luego de las actividades realizadas en la UD, ¿qué actividades realizas para hacerle seguimiento al plan de trabajo planteado?

Antes de las actividades realizadas en la UD, ¿evaluabas tu desempeño en la resolución de un problema? Sí \_\_\_ No \_\_\_ Justifica tu respuesta.

¿Consideras que las actividades desarrolladas en la UD han sido de gran utilidad para tu proceso formativo? Sí \_\_\_ No \_\_\_ Justifica tu respuesta.